ВЕРОВАТНОЋА И СТАТИСТИКА Б (4МНЛ) - Писмени испит 18.1.2022.

1. За густину расподеле $f_{X_n}(x)$ општег члана X_n низа независних случајних величина важи да је

$$f_{X_n}(x) = \frac{2}{25}(3+x), -3 < x < 2.$$

Ако је $Y_n = \frac{1}{n}\sum\limits_{k=1}^{n} X_k^3 I\{0 \leq X_k \leq 1\}$, испитати сва четири типа конвергенције низа случајних величина (Y_n).

2. Један професионални тенисер тврди како има бржи сервис од свог колеге из репрезентације. Како би се то проверило, посматрано је 16 случајно одабраних сервиса првог тенисера и забележене су њихове брзине $x_1, x_2, ..., x_{16}$, као и 12 случајно одабраних сервиса другог тенисера, чије брзине $y_1, y_2, ..., y_{12}$ су такође забележене. Добијено је $\overline{x}_{16}$=193.3, $\sum\limits_{k=1}^{16} x_k^2$=599092.8, $\overline{y}_{12}$=190.9 и $\sum\limits_{k=1}^{12} y_k^2$=438326.4. Претпоставља се да брзине сервиса имају нормалне расподеле са једнаким дисперзијама. Да ли се на основу добијених резултата, са прагом значајности 0.05, може тврдити да први тенисер има у просеку бржи сервис од другог?

3. За густину расподеле обележја X важи да је $f(x;\theta) = -\frac{x^2}{3\theta^3}$, $2\theta \leq x \leq -\theta$, $\theta < 0$. За оцену непознатог параметра θ, на основу узорка обима n, предлажу се оцена добијена методом максималне веродостојности и оцена $\frac{4}{5}\overline{X}_n$. Испитати која је оцена боља у средње квадратном смислу.