

ВЕРОВАТНОЋА И СТАТИСТИКА Б (ЗР) - Писмени испит 29.9.2021.

1. За густину расподеле обележја  $X$  важи да је  $f(x; \alpha) = \frac{2}{\alpha} x e^{-\frac{x^2}{\alpha}}$ ,  $x > 0$ ,  $\alpha > 0$ . За оцену непознатог параметра  $\alpha$  на основу узорка обима  $n$  предлажу се оцена добијена методом максималне веродостојности и  $nX_{(1)}^2$ . Испитати која је оцена боља у средње квадратном смислу.
2. Случајна величина  $Y$  има експоненцијалну  $\mathcal{E}(\ln 2)$  расподелу. За сваки природан број  $n$ , нека је  $X_n = 3I\{Y < 1 + \frac{1}{n}\} + 2I\{Y \geq 1 + \frac{1}{n}\}$ . Ако низ случајних величина  $(X_n)$  конвергира у расподели ка случајној величини  $X$  и ако за свако  $n$  важи да је  $E(X_n X) > \frac{31}{4} - 5 \cdot 2^{-2 - \frac{1}{n}} - \frac{1}{n^2}$ , одредити расподелу случајне величине  $X$  и испитати преостала три типа конвергенције низа  $(X_n)$ .
3. Мерена је висина мушкараца на узорку обима 12 и добијено је да је узорачка средина 180.6 *cm*, а жена на узорку обима 10 и добијено је да је узорачка средина 167.7 *cm*. Сматра се да висина и код мушкараца и код жена има нормалну расподелу са дисперзијама  $\sigma^2$  и  $0.5\sigma^2$ , редом, где је  $\sigma > 1$  и познато. Истраживач жели да тестира хипотезу да је разлика у средњим вредностима висине мушкараца и жена 13 *cm*, против хипотезе да је мања од 13 *cm*. Ако је познато да је тест формиран тако да је вероватноћа тачног прихватања претпоставке да је разлика у средњим вредностима висина 13 *cm* пет пута већа од вероватноће погрешног одбацивања те претпоставке и да је моћ овог теста, за алтернативу  $15 - 2\sigma$ , једнака 0.85, одредити  $\sigma$  и донети одлуку на основу датог узорка.