

ВЕРОВАТНОЋА И СТАТИСТИКА Б (4МНЛ) - Писмени испит 5.9.2021.

1. Општи чланови  $X_n$  и  $Y_n$  независних низова независних случајних величина имају униформну  $\mathcal{U}(0,1)$  расподелу. Ако је  $Z_n = \ln \left( \prod_{k=1}^n \frac{1}{X_k} (eY_k)^{-n^{\frac{1}{4}}} \right)^{\frac{1}{n}}$ , испитати све четири врсте конвергенције низа случајних величина  $(Z_n)$ .
2. Познато је да дужина живота одређене честице има експоненцијалну расподелу са очекивањем  $\lambda$  секунди. Извршено је мерење на узорку од 100 честица и добијено је да је просечан животни век честице 4.41 секунди. На основу добијеног узорка, са прагом значајности 0.05 тестирати униформно најмоћнијим тестом хипотезу  $H_0(\lambda = 5)$  против алтернативе  $H_1(\lambda < 5)$ .
3. Обележје  $X$  има нормалну  $\mathcal{N}(m, \sigma^2)$  расподелу. На основу узорка обима  $n$ , где је  $n = 18$ , прво је одређен интервал  $(a, 5.37)$  за непознати параметар  $m$ , симетричан у односу на узорачку средину, такав да је његова дужина мања од  $\frac{4.2\sigma}{\sqrt{n}}$  са вероватноћом 0.9. Затим је за непознати параметар  $m$  одређен интервал поверења  $(c, 1.3a)$  који има за 2.5% већи ниво поверења него први интервал. Ако је  $\bar{x}_n = 4.79$ , одредити  $c$ .