ВЕРОВАТНОЋА И СТАТИСТИКА Б (4МНЛ) - Писмени испит 28.6.2021.

1. Нека је (X_n) низ случајних величина чији општи члан има закон расподеле

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ \frac{1}{n^2} & \frac{1}{2} - \frac{1}{2n^2} & \frac{1}{2} - \frac{1}{2n^2} \end{pmatrix}$$

и (Y_n) низ случајних величина чији општи члан има нормалну $\mathcal{N}(1, \frac{1}{n^2})$ расподелу. Ако су за сваки природан број n случајне величине X_n и Y_n независне и ако је $Z_n = X_n Y_n$, испитати конвергенцију у расподели низа случајних величина (Z_n).

2. Број аутомобила који у току дана прођу кроз једну раскрсницу када је црвено светло на семафору има Пуасонову $\mathcal{P}(\lambda)$ расподелу, док број мотоцикала који то исто ураде има Пуасонову $\mathcal{P}(\mu)$ расподелу. Тестира се хипотеза да је очекивани укупан број таквих аутомобила и мотоцикала једнак 5, против алтернативе да је једнак 6. Познато је да, при тачној нултој хипотези, средња вредност разлика између броја аутомобила и броја мотоцикала који током n $(n > 30)$ дана прођу кроз ту раскрсницу када је црвено светло на семафору одступа од своје очекиване вредности не више од $\frac{2}{5}$ са вероватноћом бар 0.96. Ако је n дана мерен укупан број аутомобила и мотоцикала који у току дана прођу кроз ту раскрсницу када је црвено светло на семафору, одредити најбољи тест прага значајности 0.06 за тестирање наведених хипотеза и одредити моћ тог теста.

3. Из популације чије обележје X има расподелу са густином $f(x;\alpha) = \frac{1}{\alpha^x} \ln \alpha$, $x > 0$, $\alpha > 1$, извучен је узорак обима n. Ако је T оцена непознатог параметра $\frac{1}{\ln \alpha}$ добијена методом максималне веродостојности на основу тог узорка, испитати постојаност те оцене.