

Први колоквијум из Анализе 1 - 08.02.2022.

- Одредити  $\sup A, \inf A, \min A, \max A$  (ако постоје) за
  - [3п]  $A = \{n + \frac{10}{n} : n \in \mathbb{N}\}$ ,
  - [3п]  $A = \{x + \frac{10}{x} : x \in \mathbb{Q}^+\}$ .
- Нека су  $x > 0$  и  $a_0 > 0$ . Низ  $(a_n)$  дат је на следећи начин  $a_n = \frac{1}{2} \left( a_{n-1} + \frac{x}{a_{n-1}} \right)$  за  $n \in \mathbb{N}$ .
  - [5п] Испитати конвергенцију низа  $(a_n)$  и одредити граничну вредност ако постоји.
  - [4п] Израчунати  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( e^{\frac{1}{2} \left( \frac{a_n}{n} \right)^2} - \frac{1}{\cos \frac{a_n}{n}} \right) n^4$ .
- Нека је  $f(x) = \begin{cases} \sqrt[5]{x^5 - 2x^4}, & x \leq 2 \\ 8 \operatorname{arctg} \frac{1}{x} + \ln(x^2 + 1), & x > 2. \end{cases}$ 
  - [4п] Испитати непрекидност и диференцијабилност функције  $f$ .
  - [5п] Испитати ток и нацртати график функције  $f$ .
- [6п] Нека је диференцијабилна функција  $f : (0, 1) \rightarrow [0, 1]$  сурјекција. Доказати да постоје  $x_1, x_2 \in (0, 1)$  тако да  $x_1 \neq x_2$  и  $|f'(x_1)| = |f'(x_2)| = 1$ .

Први колоквијум из Анализе 1 - 08.02.2022.

- Одредити  $\sup A, \inf A, \min A, \max A$  (ако постоје) за
  - [3п]  $A = \{n + \frac{10}{n} : n \in \mathbb{N}\}$ ,
  - [3п]  $A = \{x + \frac{10}{x} : x \in \mathbb{Q}^+\}$ .
- Нека су  $x > 0$  и  $a_0 > 0$ . Низ  $(a_n)$  дат је на следећи начин  $a_n = \frac{1}{2} \left( a_{n-1} + \frac{x}{a_{n-1}} \right)$  за  $n \in \mathbb{N}$ .
  - [5п] Испитати конвергенцију низа  $(a_n)$  и одредити граничну вредност ако постоји.
  - [4п] Израчунати  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( e^{\frac{1}{2} \left( \frac{a_n}{n} \right)^2} - \frac{1}{\cos \frac{a_n}{n}} \right) n^4$ .
- Нека је  $f(x) = \begin{cases} \sqrt[5]{x^5 - 2x^4}, & x \leq 2 \\ 8 \operatorname{arctg} \frac{1}{x} + \ln(x^2 + 1), & x > 2. \end{cases}$ 
  - [4п] Испитати непрекидност и диференцијабилност функције  $f$ .
  - [5п] Испитати ток и нацртати график функције  $f$ .
- [6п] Нека је диференцијабилна функција  $f : (0, 1) \rightarrow [0, 1]$  сурјекција. Доказати да постоје  $x_1, x_2 \in (0, 1)$  тако да  $x_1 \neq x_2$  и  $|f'(x_1)| = |f'(x_2)| = 1$ .

Први колоквијум из Анализе 1 - 08.02.2022.

- Одредити  $\sup A, \inf A, \min A, \max A$  (ако постоје) за
  - [3п]  $A = \{n + \frac{10}{n} : n \in \mathbb{N}\}$ ,
  - [3п]  $A = \{x + \frac{10}{x} : x \in \mathbb{Q}^+\}$ .
- Нека су  $x > 0$  и  $a_0 > 0$ . Низ  $(a_n)$  дат је на следећи начин  $a_n = \frac{1}{2} \left( a_{n-1} + \frac{x}{a_{n-1}} \right)$  за  $n \in \mathbb{N}$ .
  - [5п] Испитати конвергенцију низа  $(a_n)$  и одредити граничну вредност ако постоји.
  - [4п] Израчунати  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( e^{\frac{1}{2} \left( \frac{a_n}{n} \right)^2} - \frac{1}{\cos \frac{a_n}{n}} \right) n^4$ .
- Нека је  $f(x) = \begin{cases} \sqrt[5]{x^5 - 2x^4}, & x \leq 2 \\ 8 \operatorname{arctg} \frac{1}{x} + \ln(x^2 + 1), & x > 2. \end{cases}$ 
  - [4п] Испитати непрекидност и диференцијабилност функције  $f$ .
  - [5п] Испитати ток и нацртати график функције  $f$ .
- [6п] Нека је диференцијабилна функција  $f : (0, 1) \rightarrow [0, 1]$  сурјекција. Доказати да постоје  $x_1, x_2 \in (0, 1)$  тако да  $x_1 \neq x_2$  и  $|f'(x_1)| = |f'(x_2)| = 1$ .