Зимски семестар 2021/2022 Вежбе из Анализе 1

Зора Голубовић z.golubovic@yahoo.com

1 Осма недеља

1.1 Функције

1. Наћи $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+x}-xe^{\frac{1}{x}})$.

Решење. Сменом $x=\frac{1}{t}$ уз кори71ење чињенице да је $(1+t)^{\frac{1}{2}}=1+\frac{1}{2}t+o(t)$ и $e^t=1+t+o(t)$ кад $t\to 0$, добија се да је тражени лимес једнак $-\frac{1}{2}$.

2. Доказати да не постоји $\lim\limits_{x\to\infty}\{x\}$.

Решење. Применом Хајнеове дефиниције граничне вредности на низовима $x_n=n$, $y_n=n+\frac{1}{2}$.

3. Наћи $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{1+3x}+\sqrt[5]{1+5x}-2}{\sqrt{1+2x}-1}$.

Решење. Кори71ењем асимптотске еквиваленције се добија да је тражени лимес 2.

4. Наћи $\lim\limits_{x\to 1}x^{2\frac{\ln x}{x-1}}$.

Решење. Увести смену $t=x-1$ и користити познате лимесе.

5. Наћи $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{x^2+2x+2}-\sqrt{x^2-2x+4}$.

Решење. Написати израз у облику разлике квадрата. Тражени лимес је -2.

6. Наћи $\lim \frac{e^x \cos x - 1}{x}$.

Решење. У бројилац додати $\pm \cos x$ и искористити познате лимесе да би се добило да је тражени лимес 1.

7. Наћи $\lim\limits_{x \to -\infty} \sqrt[3]{x^3 - x^2 + 1} - x \cos \frac{1}{x}$.

Решење. Увођењем смене $t = \frac{1}{x}$ и кори71ењем асимптоцких еквиваленција добија се резултат $-\frac{1}{3}$.

8. Наћи $\lim\limits_{x \to 0} (\frac{2^x + 3}{4})^{\frac{1}{x}}$

Решење. Кори71ењем познатог лимеса $\lim\limits_{x \to 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a$, добија се да је резултат $\sqrt[4]{2}$.

9. Наћи $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\cos \sqrt{x} - \sqrt{1 + x}}{x + \sin x}$.

Решење. У бројиоцу се ± 1 и користе се познати лимеси да би се добио резултат $-\frac{1}{2}$.

10. Наћи $\lim\limits_{x \to 2} \frac{2^x \sin \frac{\pi x}{4} - 4}{x - 2}$

Решење. У бројиоцу додати и одузети 2^x, добија се да је тражени лимес $4 \ln 2$.