

ВЕРОВАТНОЋА И СТАТИСТИКА Б (4МНЈ) - Писмени испит 27.8.2020.

1. Обележје X има густину расподеле $f(x; \theta) = \frac{\theta e^{-x}}{(1+e^{-x})^{\theta+1}}$, $x \in \mathbb{R}$, $\theta > 0$. За тестирање хипотезе $H_0(\theta = 0.5)$ против алтернативе $H_1(\theta < 0.5)$ предлаже се тест за чију критичну област W важи да је $W = \left\{ \sum_{k=1}^n \ln(1 + e^{-x_k}) \geq C \right\}$. Ако је праг значајности теста 0.05, одредити који закључак треба донети на основу узорка (0.6, 0.95, -2.75, 0.16, 3.84).

2. Општи члан X_n низа независних случајних величина има густину расподеле

$$f(x) = \frac{2m^m}{\Gamma(m)\theta^m} x^{2m-1} e^{-\frac{m}{\theta}x^2}, x > 0, m \geq 0.5, \theta > 0.$$

Ако је $Y_n = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n}$, испитати сва четири типа конвергенције низа случајних величина (Y_n).

3. Обележје X има нормалну $\mathcal{N}(m, \sigma^2)$ расподелу. За оцену непознатог параметра m^2 на основу узорка обима n предлажу се оцена добијена методом максималне веродостојности и $\bar{X}_n^2 - \frac{1}{n}\tilde{S}_n^2$, где је $\tilde{S}_n^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_n)^2$. Испитати која оцена је боља у средње квадратном смислу.