(1) Упоредити вредност обвезнице А од 1000€ са роком доспећа 10 година ако је њена купонска стопа $r=8\%$ са кварталном исплатом купона $(m=4)$ и добит до доспећа $\lambda=6\%$ са полугодишњим обрачуном $(k=2)$ и вредност обвезнице В од 1000€ са роком доспећа 10 година ако је њена купонска стопа 8% са полугодишњом исплатом купона $(m=2)$ и добит до доспећа 6% са кварталним обрачуном $(k=4)$.

A:

$F=1000\ (=R)$

$t=10$

$r=8\%$

$m=4$

$\lambda=6\%$

$k=2$

B:

$F=1000\ (=R)$

$t=10$

$r=8\%$

$m=2$

$\lambda=6\%$

$k=4$

$$P_A=\frac{R}{\left(1+\frac{\lambda}{k}\right)^{kt}}+\frac{F\cdot r}{m}\cdot\frac{1}{\left(1+\frac{\lambda}{k}\right)^{\frac{k}{m}}-1}\cdot\left[1-\frac{1}{\left(1+\frac{\lambda}{k}\right)^{kt}}\right]$$

$$P_A=\frac{1000}{\left(1+\frac{0{,}06}{2}\right)^{2\cdot 10}}+\frac{1000\cdot 0{,}08}{4}\cdot\frac{1}{\left(1+\frac{0{,}06}{2}\right)^{\frac{2}{4}}-1}\cdot\left[1-\frac{1}{\left(1+\frac{0{,}06}{2}\right)^{2\cdot 10}}\right]\approx 1153{,}2$$

$$P_B=\frac{1000}{\left(1+\frac{0{,}06}{4}\right)^{4\cdot 10}}+\frac{1000\cdot 0{,}08}{2}\cdot\frac{1}{\left(1+\frac{0{,}06}{4}\right)^{\frac{4}{2}}-1}\cdot\left[1-\frac{1}{\left(1+\frac{0{,}06}{4}\right)^{4\cdot 10}}\right]\approx 1145{,}1$$

$$\Rightarrow \boxed{P_A>P_B}$$

② Вредност обвезнице од 100€ са роком доспећа 10 година чија је купонска стопа 8% са полугодишњом исплатом купона и добит до доспећа 6% са полугодишњим обрачуном износи 118,2 €. Одредити откупну вредност обвезнице. (R=?)

$F = 100$

$t = 10$

$r = 0{,}08$

$m = 2$

$\lambda = 0{,}06$

$k = 2$

$R = ?$

$$P = \frac{R}{\left(1+\frac{\lambda}{k}\right)^{kt}} + \frac{F\cdot r}{m}\cdot\frac{1}{\left(1+\frac{\lambda}{k}\right)^{\frac{k}{m}}-1}\cdot\left[1-\frac{1}{\left(1+\frac{\lambda}{k}\right)^{kt}}\right]$$

$$118{,}2 = \frac{R}{\left(1+\frac{0{,}06}{2}\right)^{2\cdot 10}} + \frac{100\cdot 0{,}08}{2}\cdot\frac{1}{\left(1+\frac{0{,}06}{2}\right)^{\frac{2}{2}}-1}\cdot\left(1-\frac{1}{\left(1+\frac{0{,}06}{2}\right)^{2\cdot 10}}\right)$$

$$118{,}2 = \frac{R}{1{,}03^{20}} + 4\cdot\frac{1}{0{,}03}\cdot\left(1-\frac{1}{1{,}03^{20}}\right)$$

$$\Rightarrow R \approx 106$$

③ Две обвезнице од 1000€ са истим роком доспећа имају добит до доспећа 4% са полугодишњим обрачуном. Прва обвезница има купонску стопу 5% са полугодишњом исплатом купона и њена вредност је 1136,78 €. Друга обвезница има купонску стопу 2,5% са полугодишњом исплатом купона. Одредити вредност друге обвезнице.

A:

$F = 1000 \; (=R)$

t

$\lambda = 4\%$

$k = 2$

$r_A = 5\% = 0{,}05$

$m = 2$

$P_A = 1136{,}78$

B:

$F = 1000 \; (=R)$

t

$\lambda = 4\%$

$k = 2$

$r_B = 2{,}5\% = 0{,}025$

$m = 2$

$P_B = ?$

$$P_A = \frac{1000}{\left(1+\frac{0{,}04}{2}\right)^{2\cdot t}} + \frac{1000\cdot 0{,}05}{2}\cdot\frac{1}{\left(1+\frac{0{,}04}{2}\right)^{\frac{2}{2}}-1}\cdot\left(1-\frac{1}{\left(1+\frac{0{,}04}{2}\right)^{2t}}\right)$$

$$P_B = \frac{1000}{\left(1+\frac{0{,}04}{2}\right)^{2t}} + \frac{1000\cdot 0{,}025}{2}\cdot\frac{1}{\left(1+\frac{0{,}04}{2}\right)^{\frac{2}{2}}-1}\cdot\left(1-\frac{1}{\left(1+\frac{0{,}04}{2}\right)^{2t}}\right)$$

$$1136{,}78 = \frac{1000}{1{,}02^{2t}} + \frac{50}{2}\cdot\frac{1}{0{,}02}\cdot\left(1-\frac{1}{1{,}02^{2t}}\right) = \frac{1000}{1{,}02^{2t}} + 1250 - \frac{1250}{1{,}02^{2t}}$$

$$\frac{250}{1{,}02^{2t}} = 1250 - 1136{,}78 = 113{,}22 \quad \Rightarrow \boxed{1{,}02^{2t} = \frac{250}{113{,}22}}$$

$$P_B = \frac{1000}{1{,}02^{2t}} + \frac{25}{2}\cdot\frac{1}{0{,}02}\cdot\left(1-\frac{1}{1{,}02^{2t}}\right) = \frac{1000}{1{,}02^{2t}} + 625 - \frac{625}{1{,}02^{2t}}$$

$$P_B = \frac{375}{1{,}02^{2t}} + 625 = 375\cdot\frac{113{,}22}{250} + 625 \approx 794{,}83$$

(4) Вредност обвезнице X од 1000€ која доспева након t година, чија је купонска стопа 14% са полугодишњом исплатом купона и добит до доспећа λ са полугодишњим обрачуном износи 1407,7€. Ако се купонска стопа од 14% замени са купонском стопом од 12%, вредност обвезнице је 1271,8 €. Колика је вредност обв. X ако се добит до доспећа λ замени са $\lambda - 1\%$?

$$P = \frac{R}{(1+\frac{\lambda}{k})^{kt}} + \frac{F\cdot r}{m}\cdot\frac{1}{(1+\frac{\lambda}{k})^{\frac{k}{m}}-1}\cdot\left(1-\frac{1}{(1+\frac{\lambda}{k})^{kt}}\right) \text{ формула}$$

X:
$F = 1000\ (=R)$
t
$r_1 = 14\% = 0{,}14$ $\quad r_2 = 12\% = 0{,}12$
$m = 2$
λ $\quad \lambda_1 = \lambda - 1\%$
$k = 2$
$P_1 = 1407{,}7$ $\quad P_2 = 1271{,}8$ $\quad \boxed{P_3 = ?}$

$$P_1 = \frac{1000}{(1+\frac{\lambda}{2})^{2t}} + \frac{1000\cdot 0{,}14}{2}\cdot\frac{1}{(1+\frac{\lambda}{2})^{\frac{2}{2}}-1}\cdot\left(1-\frac{1}{(1+\frac{\lambda}{2})^{2t}}\right)$$

$$\left.\begin{aligned} 1407{,}7 &= \frac{1000}{(1+\frac{\lambda}{2})^{2t}} + \frac{140}{\lambda}\cdot\left(1-\frac{1}{(1+\frac{\lambda}{2})^{2t}}\right) \quad (1) \\ 1271{,}8 &= \frac{1000}{(1+\frac{\lambda}{2})^{2t}} + \frac{120}{\lambda}\left(1-\frac{1}{(1+\frac{\lambda}{2})^{2t}}\right) \quad (2) \end{aligned}\right\} -$$

$$P_3 = \frac{1000}{(1+\frac{\lambda_1}{2})^{2t}} + \frac{140}{\lambda_1}\left(1-\frac{1}{(1+\frac{\lambda_1}{2})^{2t}}\right) = ?$$

одузимањем (2) од (1) добијамо

$$1407,7-1271,8=\frac{20}{r}\cdot\left(1-\frac{1}{\left(1+\frac{r}{2}\right)^{2t}}\right)=135,9 \qquad (3)$$

убацимо добијено у (1):

$$1407,7=\frac{1000}{\left(1+\frac{r}{2}\right)^{2t}}+7\cdot\frac{20}{r}\cdot\left(1-\frac{1}{\left(1+\frac{r}{2}\right)^{2t}}\right)=\frac{1000}{\left(1+\frac{r}{2}\right)^{2t}}+7\cdot 135,9$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1000}{\left(1+\frac{r}{2}\right)^{2t}}=1407,7-951,3=456,4$$

$$\frac{1}{\left(1+\frac{r}{2}\right)^{2t}}=0,4564$$

Сада убацивањем у (3): $\frac{20}{r}\cdot(1-0,4564)=135,9$

$$\Rightarrow \boxed{r=0,08=8\%}$$

За рачунање P_3, требамо и t.

$$\frac{1}{(1+0,04)^{2t}}=0,4564 \quad /\ln$$

$$r_1=r-1\%=7\%$$

$$-2t\ln 1,04=\ln 0,4564$$

$$2t=\frac{-\ln 0,4564}{\ln 1,04} \Rightarrow t\approx 10$$

$$P_3=\frac{1000}{\left(1+\frac{0,07}{2}\right)^{20}}+\frac{140}{0,07}\cdot\left(1-\frac{1}{\left(1+\frac{0,07}{2}\right)^{20}}\right)\approx 1497,43$$