ИСПИТ ИЗ ВЕРОВАТНОЋЕ

јун 1

1. Независне случајне величине X и Y имају Пуасонове $\mathcal{P}(\lambda)$ и $\mathcal{P}(\mu)$ расподеле, редом. Одредити условну расподелу случајне величине $X|X+Y=n$, $n \in \mathbb{N}$ и израчунати математичко очекивање оне случајне величине која има такву расподелу за $n=5$.

2. У банци постоје два шалтера. Време услуживања клијента на првом шалтеру је случајна променљива X која има експоненцијалну расподелу са очекивањем 2, а време услуживања клијента на другом шалтеру је случајна величина Y, независна од X, која има експоненцијалну расподелу са очекивањем 4. Нека су $X_1, X_2, \dots, X_{100}$ и $Y_1, Y_2, \dots, Y_{100}$ времена услуживања првих 100 клијената на сваком од шалтера. Претпоставити да су сва времена услуживања независне случајне величине. Нека је $\overline{X} = \frac{1}{100}(X_1 + \cdots + X_{100})$ и $\overline{Y} = \frac{1}{100}(Y_1 + \cdots + Y_{100})$.

а) Коришћењем неједнакости Чебишева одредити горњу границу вероватноће $P\{\overline{Y} > \overline{X} + 3\}$,

б) Коришћењем централне граничне теореме проценити вероватноћу из дела а).

3. Општи члан X_n низа независних случајних величина има униформну $\mathcal{U}[0,1]$ расподелу. Ако је $Y_n = \min\{X_1, \dots, X_n\}$, испитати све четири врсте конвергенције низа случајних величина (Y_n).