

ПИСМЕНИ ИСПИТ ИЗ ВЕРОВАТНОЋЕ

20. јун 2020.

1. Из сета од 12 различитих батерија, међу којима су 3 нове, за које се подразумева да су исправне, 4 коришћене али исправне и 5 коришћених али неисправних, истовремено се бирају две. Нека је X број исправних, а Y број коришћених батерија међу одабраним. Одредити коефицијент корелације случајних величина X и Y и испитати да ли су међусобно независне.
2. Случајне величине X и Y су независне и имају униформну расподелу на интервалу $(0, 1)$. Ако је $Z = \min\{-\frac{1}{2} \log X, -\frac{1}{3} \log Y\}$, одредити $f_{Z-1|Z>1}$, условну густину расподеле случајне величине $Z - 1$ при услову $Z > 1$.
3. Општи члан низа независних случајних величина (X_n) има густину расподеле $f(x) = \frac{16x^3 e^{-2x}}{6}, x \geq 0$.
 - а) Ако је $Y_n = \sqrt{n}(\bar{X}_n - 2)$, где је $\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_k$, испитати конвергенцију у расподели низа случајних величина (Y_n) .
 - б) Израчунати, ако постоји,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \left\{ \bar{X}_n \leq \frac{1 + 2\sqrt{n}}{\sqrt{n}} \right\}.$$