

Borba za prevlast na tržištu

Neka su date dve fabrike sokova koje se bore za prevlast na tržištu. Fabrike unapred određuju koliko će litara sokova proizvesti. Cena proizvodnje jednog litra soka je ista za obe fabrike i iznosi c , $c = \text{const}$. Ukoliko prva fabrika proizvodi Q_A litara soka, tada troškovi proizvodnje iznose cQ_A . Sa druge strane, ukoliko druga fabrika proizvodi Q_B litara soka, cena troškova te proizvodnje je cQ_B . Odrediti optimalnu cenu tako da obe firme imaju neku zaradu.

Ukupna proizvodnja je $Q=Q_A + Q_B$. Cena Q proizvoda iznosi $P(Q)$ i računa se po sledećem pravilu:

$$P(Q) = \begin{cases} a - Q, & 0 \leq Q \leq a \\ 0, & Q > a \end{cases} = (a - Q)^+ \quad a = \text{const}$$

Pretpostavimo da, ukoliko se napravi više od a litara soka da se ta razlika ne može prodati i da zarada, samim tim iznositi 0.

Ako uzmemo da su x i y količine soka koji će svaka od fabrika proizvesti, npr. $x, y \in [0, \infty)$, odnosno, možda je bolje ako napišemo da je $x, y \in [0, a]$, tj. ni jedna fabrika neće praviti više od a sokova obzirom da joj se to ne isplati. Pretpostavićemo, dakle da je $c < a$.

Profit, koji će svaka od fabrika imati zavisi od proizvodnje te fabrike i proizvodnje konkurentne fabrike, odnosno od ukupne količine proizvedenog soka na tržištu:

$$\begin{aligned} u_A(Q_A, Q_B) &= Q_A * P(Q_A + Q_B) - cQ_A = Q_A(a - Q_A - Q_B)^+ - cQ_A \\ u_B(Q_A, Q_B) &= Q_B * P(Q_A + Q_B) - cQ_B = Q_B(a - Q_A - Q_B)^+ - cQ_B \end{aligned}$$

Posmatramo monopolistički slučaj, tj. situaciju kada imamo samo jednu fabriku sokova ($Q_B = 0$).



Ukoliko prva fabrika proizvede Q_A litara, tada će ona ostvariti profit

$$u_A(Q_A) = Q_A(a - Q_A)^+ - cQ_A$$

Monopolista želi da maksimizuje svoju zaradu. Koliko litara soka, monopolista treba da proizvede kako bi zarada bila maksimalna?

Prvo, znamo da je $0 < Q_A < a$. Sledi da je $u_A(Q_A) = Q_A(a - c) - Q_A^2$, odnosno maksimum se dostiže za $u'_A = a - c - 2Q_A = 0 \rightarrow Q_A = \frac{a-c}{2}$. Cena monopolističke proizvodnje iznosi $P\left(\frac{a-c}{2}\right) = \frac{a+c}{2}$, odnosno profit fabrike $u_A\left(\frac{a-c}{2}\right) = \frac{(a-c)^2}{4}$.

Kako da se probijemo na monopolističkom tržištu?



Posmatramo strategiju svake fabrike i kako izabrana strategija utiče na konkurenta. Dakle,

$$\frac{\partial}{\partial Q_A} u_A(Q_A, Q_B) = a - 2Q_A - Q_B - c = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial Q_B} u_B(Q_A, Q_B) = a - Q_A - 2Q_B - c = 0$$

Odnosno, rešenje sistema u kom obe fabrike imaju maksimalni profit sugerise proizvodnju:

$$Q_A^* = \frac{a-c}{3} \text{ i } Q_B^* = \frac{a-c}{3}$$

I obezbeđuje zaradu:

$$u_A(Q_A^*, Q_B^*) = \frac{a-c}{3} \left(a - \frac{a-c}{3} - \frac{a-c}{3} \right) - c \frac{a-c}{3} = \left(\frac{a-c}{3} \right)^2$$

Čime ukupan profit za obe fabrike iznosi $2 \left(\frac{a-c}{3} \right)^2$.

Da li je zarada dve fabrike u zbiru veća od zarade koju bi imao monopolista?

Zarada monopoliste iznosi $\frac{(a-c)^2}{4}$ što je manje od $2 \left(\frac{a-c}{3} \right)^2$.

Zašto je ovo bitno?

Ukoliko bi fabrike međusobno saradivale i ponašale se kao jedna, imale bi veću ukupnu zaradu a mogle bi manje litara soka da proizvode..

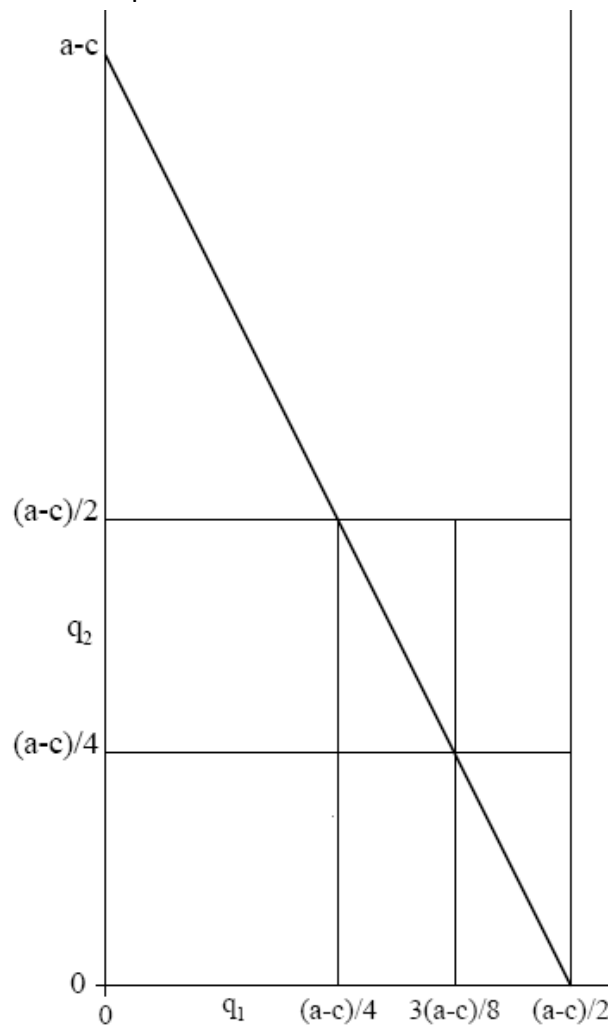
Kako se menja cena soka?

Cena soka, kod monopoliste iznosi $\frac{a+c}{2}$, dok je cena soka kod duopoliste nešto niža i iznosi:

$$P(Q_A^* + Q_B^*) = \frac{a+2c}{3}.$$

Dakle, duopol se isplati kupcima, dok je monopolistička proizvodnja povoljnija fabrikama.

Šta ako se fabrike ne mogu dogovoriti da proizvode istu količinu sokova i svaka hoće da podvali?



Pretpostavimo da fabrike ne mogu da se dogovore oko količine sokova koju će proizvesti, i da svaka fabrika sama određuje cenu svog proizvoda.

Sada, količina proizvoda zavisi od cene proizvoda:

$$Q(P) = \begin{cases} a - P, & 0 \leq P \leq a \\ 0, & P > a \end{cases} = (a - P)^+ \quad a = \text{const}$$

Monopolista će svoj proizvod naplatiti $\frac{a+c}{2}$ i proizvesti $\frac{a-c}{2}$ litara soka, čime ostvaruje ukupan profit od $\frac{(a-c)^2}{4}$.

Neka su cene po kojima će fabrike prodavati svoje sokove određene sa P_A i P_B . Ukoliko je $P_A = P_B$ sledi da obe fabrike dele kupce jednako. Neka je cena proizvodnje soka konstantna i jednaka kod obe fabrike, i iznosi c .

Profit po jednom prodatom soku iznosi sa $P_A - c$, odnosno $P_B - c$. Funkcije zarade za svaku fabriku iznose:

$$u_A(P_A, P_B) = \begin{cases} (P_A - c)(a - P_A)^+ & P_A < P_B \\ (P_A - c)(a - P_A)^+ / 2 & P_A = P_B \\ 0 & P_A > P_B \end{cases}$$

Odnosno

$$u_B(P_A, P_B) = \begin{cases} (P_B - c)(a - P_B)^+ & P_B < P_A \\ (P_B - c)(a - P_B)^+ / 2 & P_A = P_B \\ 0 & P_B > P_A \end{cases}$$

Određiti optimalnu cenu za obe fabrike.

Pretpostavimo, sada, da fabrike ne proizvode iste, već slične sokove ali da je cena proizvodnje i dalje identična i iznosi c . Količina sokova za proizvodnju iznosiće:

$$Q_A(P_A, P_B) = (a - P_A + kP_B)^+$$

$$Q_B(P_A, P_B) = (a - P_B + kP_A)^+$$

Gde je k parametar koji označava sličnost između ta dva proizvoda.

Ponovo ćemo pretpostaviti da količina sokova koju svaka od fabrika može da napravi iznosi $x, y \in [0, \infty)$, odnosno $Q_A, Q_B \in [0, \infty)$. Profit fabrika određuje se po sledećim formulama:

$$u_A(P_A, P_B) = Q_A(P_A, P_B)(P_A - c) = (a - P_A + kP_B)^+(P_A - c)$$

$$u_B(P_A, P_B) = Q_B(P_A, P_B)(P_B - c) = (a - P_B + kP_A)^+(P_B - c)$$

Da bi pronašli cene koje su ujednačene, odnosno cene kojima se profit maksimizuje za obe firme, moramo da pronađemo optimalne cene P_A^* i P_B^* . Rešavamo sistem diferencijalnih jednačina.

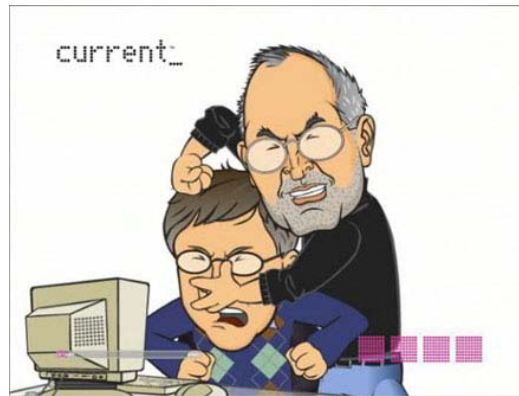
$$\frac{\partial}{\partial P_A} u_A(P_A, P_B) = a - 2P_A + kP_B + c = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial P_B} u_B(P_A, P_B) = a - 2P_B + kP_A + c = 0$$

Rešenje sistema daje nam optimalne cene:

$$P_A^* = P_B^* = \frac{a+c}{2-k}.$$

Pretpostavimo da se u fabrikama nalaze krtice, i da, nakon što je jedna fabrika odlučila da proizvede određenu količinu soka, to sazna druga fabrika i reaguje u svoju korist.



Dakle, pretpostavimo da će prva fabrika napraviti Q_A litara soka, gde je cena proizvodnje i dalje $c = const$, a druga reaguje tako što ona proizvodi količinu Q_B određenu na sledeći način:

$$Q_B(Q_A) = \frac{a - Q_A - c}{2}$$

Profit koji ostvaruje prva fabrika iznosi

$$u_A(Q_A, Q_B(Q_A)) = Q_A \left(a - Q_A - \frac{a - Q_A - c}{2} \right) - cQ_A = -\frac{1}{2}Q_A^2 + \frac{a-c}{2}Q_A$$

Koja dostiže maksimum za

$$Q_A^* = \frac{a-c}{2}$$

Druga fabrika će najbolje rezultate postići za

$$Q_B(Q_A^*) = \frac{a-c}{4}$$

Kako izgleda profit:

$$u_A(Q_A^*, Q_B(Q_A^*)) = \frac{(a-c)^2}{8}$$

$$u_B(Q_A^*, Q_B(Q_A^*)) = \frac{(a-c)^2}{16}$$

Dakle, prva fabrika imaće veći profit ako se odluči za proizvodnju Q_A litara soka. Tom prilikom, ukupna proizvodnja soka biće $3 \frac{a-c}{4}$ što je više od količine kada se fabrike dogovaraju oko proizvodnje $(2 \frac{a-c}{3})$ a ukupna zarada manja $3 \frac{(a-c)^2}{16}$.

Zadatak :

Neka je ukupna cena proizvoda 17 ($a=17$). Izračunati optimalnu količinu za proizvodnju ako su troškovi proizvodnje Q litara soka $Q+9$. Odrediti cenu monopola i cenu duopola.