

# Теорија узорака - дозвољене формуле

Прост случајан узорак без понављања

	$D(\hat{p}) = \frac{N-n}{n(N-1)}p(1-p)$
$\widehat{D}(\hat{t}) = \frac{N^2 s_n^2}{n} (1 - \frac{n}{N})$	$\widehat{D}(\hat{p}) = \frac{N-n}{N(n-1)} p_n (1 - p_n)$

Прост случајан узорак са понављањем

	$D(\hat{p}) = \frac{p(1-p)}{n}$
$\widehat{D}(\hat{t}) = \frac{N^2 s_n^2}{n}$	$\widehat{D}(\hat{p}) = \frac{p_n(1-p_n)}{n-1}$

Узорковање са неједнаким вероватноћама избора

$D(\hat{t}_{HH}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N p_i \left( \frac{x_i}{p_i} - t \right)^2$	$D(\hat{t}_{HT}) = \sum_{i=1}^N \frac{1-\pi_i}{\pi_i} x_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \frac{\pi_{ij} - \pi_i \pi_j}{\pi_i \pi_j} x_i x_j$
$\widehat{D}(\hat{t}_{HH}) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i \in S} \left( \frac{x_i}{p_i} - \hat{t}_{HH} \right)^2$	$\widehat{D}(\hat{t}_{HT}) = \sum_{i=1}^{\nu} \frac{1-\pi_i}{\pi_i^2} x_i^2 + \sum_{i=1}^{\nu} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{\nu} \frac{\pi_{ij} - \pi_i \pi_j}{\pi_i \pi_j} \frac{x_i x_j}{\pi_{ij}}$
	$D_{syg}(\hat{t}_{HT}) = \sum_{i \in S} \sum_{\substack{j \in S \\ j > i}} \frac{\pi_i \pi_j - \pi_{ij}}{\pi_{ij}} \left( \frac{x_i}{\pi_i} - \frac{x_j}{\pi_j} \right)^2$

Стратификован случајан узорак без понављања

ОПТИМАЛНИ
$n_h = \frac{(C-c_0) \frac{N_h s_h}{\sqrt{c_h}}}{\sum_{k=1}^L \sqrt{c_k} N_k s_k}$

Количничко оцењивање на основу простог случајног узорка без понављања

$D(\hat{R}) \approx \frac{1-\frac{n}{N}}{n\bar{y}^2} \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - Ry_i)^2$	$\rho = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(N-1)s_x s_y}$
$\widehat{D}(\hat{R}) \approx \frac{(1-\frac{n}{N})}{n\bar{y}^2} \frac{1}{n-1} \sum_{i \in S} (x_i - \hat{R}y_i)^2$	

Количничко оцењивање на основу узорковања јединки са неједнаким вероватноћама избора

$D(\hat{R}) \approx \frac{1}{t_y^2} \left[ \sum_{i=1}^N \frac{1-\pi_i}{\pi_i} (x_i - Ry_i)^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \frac{\pi_{ij} - \pi_i \pi_j}{\pi_i \pi_j} (x_i - Ry_i)(x_j - Ry_j) \right]$
$\widehat{D}(\hat{R}) \approx \frac{1}{t_y^2} \left[ \sum_{i=1}^{\nu} \frac{1-\pi_i}{\pi_i^2} (x_i - \hat{R}y_i)^2 + \sum_{i=1}^{\nu} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{\nu} \frac{\pi_{ij} - \pi_i \pi_j}{\pi_i \pi_j} \frac{(x_i - \hat{R}y_i)(x_j - \hat{R}y_j)}{\pi_{ij}} \right]$

## Количничко оцењивање на основу стратификованог случајног узорка

$D(\hat{R}_c) \approx \frac{1}{t_y^2} \left[ \sum_{h=1}^L \frac{N_h^2}{n_h} \left(1 - \frac{n_h}{N_h}\right) (s_h^2(x) + R^2 s_h^2(y) - 2R\rho_h s_h(x)s_h(y)) \right]$
$D(\hat{t}_{Rs}) \approx \sum_{h=1}^L \frac{N_h^2}{n_h} \left(1 - \frac{n_h}{N_h}\right) (s_h^2(x) + R_h^2 s_h^2(y) - 2R_h \rho_h s_h(x)s_h(y))$

## Регресионо оцењивање на основу простог случајног узорка без понављања

$b = b_0$	$\hat{b} = \hat{\rho} \frac{s_n(x)}{s_n(y)}$
$D(\bar{x}_{LR}) = \left(1 - \frac{n}{N}\right) \frac{1}{n} (s_x^2 + b_0^2 s_y^2 - 2b_0 \rho s_x s_y)$	$D(\bar{x}_{LR}) \approx \left(1 - \frac{n}{N}\right) \frac{1}{n} s_x^2 (1 - \rho^2)$
$\widehat{D(\bar{x}_{LR})} = \left(1 - \frac{n}{N}\right) \frac{1}{n} (s_n^2(x) + b_0^2 s_n^2(y) - 2b_0 \hat{\rho} s_n(x)s_n(y))$	

## Регресионо оцењивање на основу стратификованог случајног узорка

$D(\bar{x}_{LRc}) = \frac{1}{N^2} \sum_{h=1}^L \frac{N_h^2 \left(1 - \frac{n_h}{N_h}\right)}{n_h} (s_h^2(x) + b_0^2 s_h^2(y) - 2b_0 \rho_h s_h(x)s_h(y))$
$\widehat{D(\bar{x}_{LRc})} = \frac{1}{N^2} \sum_{h=1}^L \frac{N_h^2 \left(1 - \frac{n_h}{N_h}\right)}{n_h} (s_{n_h}^2(x) + b_0^2 s_{n_h}^2(y) - 2b_0 \hat{\rho}_h s_{n_h}(x)s_{n_h}(y))$

$$\hat{b}_c = \frac{\sum_{h=1}^L \left( \frac{N_h^2 \left(1 - \frac{n_h}{N_h}\right)}{n_h(n_h-1)} \sum_{i \in S_h} (x_{hi} - \bar{x}_{n_h})(y_{hi} - \bar{y}_{n_h}) \right)}{\sum_{h=1}^L \left( \frac{N_h^2 \left(1 - \frac{n_h}{N_h}\right)}{n_h(n_h-1)} \sum_{i \in S_h} (y_{hi} - \bar{y}_{n_h})^2 \right)}$$

## Кластер узорак

$$M_1 = \dots = M_N = M \quad \rho_{uk} = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^M (x_{ij} - \bar{x})(x_{ik} - \bar{x})}{(M-1)(NM-1)s^2}$$

$D(\hat{t}) = N^2 \left(1 - \frac{n}{N}\right) \frac{1}{n} \frac{NM-1}{N-1} s^2 (1 + (M-1)\rho_{uk})$
---

## Систематски узорак

$$N = nk \quad s_{sis}^2 = \frac{1}{k(n-1)} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_i)^2$$

$D(\bar{x}_{sis}) = \frac{N-1}{N} s^2 - \frac{k(n-1)}{N} s_{sis}^2 = \frac{N-1}{N} \frac{s^2}{n} (1 + (n-1)\rho_{uk})$
--