

ВЕРОВАТНОЋА И СТАТИСТИКА Б (4МНЛ) - Писмени испит 4.9.2019.

1. Нека је (X_n) низ случајних величина чији општи члан има закон расподеле $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ \frac{1}{n^2} & 1 - \frac{1}{n^2} \end{pmatrix}$ и (Y_n) низ случајних величина чији општи члан има гама $\gamma(\frac{5}{n^2}, \frac{3}{n})$ расподелу. Ако су за сваки природан број n случајне величине X_n и Y_n независне и ако је $Z_n = X_n - \frac{Y_n}{n^2}$, испитати све четири врсте конвергенције низа случајних величина (Z_n) .
2. Број возила који током једног минута прођу кроз тунел има Пуасонову $\mathcal{P}(\lambda)$ расподелу. Више од једног возила у тунелу током једноминутног периода може довести до опасне ситуације. Због тога се тестира хипотеза $H_0(\lambda = 1)$ против $H_1(\lambda = 1.5)$. Посматрано је 6 случајно изабраних једноминутних периода током неколико дана. Ако је моћ најбољег теста за тестирање датих хипотеза на основу ових посматрања једнака 0.978772, израчунати вероватноћу грешке прве врсте тог теста.
3. Обележје X има расподелу чија је густина $f(x; \theta)$, где је $f(x; \theta) = \frac{\theta}{\sqrt{x}} e^{-2\theta\sqrt{x}}, x \geq 0, \theta > 0$. За оцену непознатог параметра θ на основу узорка обима n предложена је оцена $\hat{\theta} = \frac{n-1}{2 \sum_{k=1}^n \sqrt{X_k}}$. Испитати ефикасност те оцене.