ВЕРОВАТНОЋА И СТАТИСТИКА Б (4МНЛ) - Писмени испит 21.9.2019.

1. Истраживач на основу података кинолошког савеза жели да утврди колико се разликују просечне висине мужјака и женки паса. Претпоставља се да висина мужјака има нормалну $\mathcal{N}(m_1, \sigma^2)$ расподелу, а висина женки нормалну $\mathcal{N}(m_2, \sigma^2)$ расподелу, где је σ познати параметар. Од кинолошког савеза истраживач добија информацију да је истраживање рађено на истом броју мужјака и женки, при чему, ако би средње вредности међу популацијама биле једнаке, онда је апсолутна разлика између узорачких средина ове две популације мања од $\frac{\sigma}{5}$ са вероватноћом 99%. У зависности од σ, одредити дужину 97% интервала поверења за разлику средњих вредности висина коју ће истраживач добити на основу података којима располаже.

2. Из популације чије обележје X има гама $\gamma(2, \frac{1}{\beta})$ расподелу узет је узорак обима 2. За оцену непознатог параметра β предлаже се статистика V, где је $V = \frac{16}{9\pi}\sqrt{X_1 X_2}$, као и оцена која се добија методом максималне веродостојности. Испитати која је од тих оцена боља у средње квадратном смислу.

3. Опсти члан X_n низа независних случајних величина има експоненцијалну $\varepsilon(\lambda)$ расподелу, а општи члан Y_n низа независних случајних величина има геометријску $\mathcal{G}(p)$ расподелу и за свако $n \in \mathbf{N}$, X_n и Y_n су независне случајне величине. Ако је $Z_n = X_n Y_n$, испитати конвергенцију у расподели низа случајних величина $(\sqrt{n}\bar{Z}_n)$, где је $\bar{Z}_n = \frac{1}{n}\sum\limits_{k=1}^{n} Z_k$.