

МАТЕМАТИКА 2 Ц

Писмени испит

Јануарски испитни рок

23. 1. 2019.

1. Нека је дата матрица

$$A = \begin{bmatrix} 9 & -5 & x \\ 13 & -6 & y \\ 13 & -7 & -4 \end{bmatrix}.$$

Одредити бројеве $x, y \in \mathbb{C}$ за које је $\{1, 2\} \subseteq \sigma(A)$. За тако одређене вредности x и y :

(а) наћи $\sigma(A^2)$;

(б) наћи A^{-1} , уколико постоји.

Да ли се матрица A може дијагонализовати? Уколико је то могуће дијагонализовати матрицу A .

2. Одредити тачку P која припада правој

$$(p) : \frac{x}{7} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z}{5},$$

и која је са исте стране равни $(\alpha) : 2x - y + 2z + 2 = 0$ као и тачка $(1, 0, 0)$ и чије је растојање од равни α једнако 9.

3. (а) Одредити најмању и највећу вредност функције $f : [-1, 1]^2 \rightarrow \mathbb{R}$ која је дефинисана са

$$f(x, y) = x^3 + 2x^2y + 2y^2 - 2y.$$

(б) Функција $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ је дефинисана са

$$g(x, y) = |x| + |y| - ||x| - |y||.$$

Испитати диференцијабилност функције g у тачки $(0, 0)$.

4. Нека је $\mathcal{P} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$. Израчунати интеграл

$$\iint_{\mathcal{P}} (xy)^2 \, dx \, dy.$$

5. Израчунати интеграл

$$\iint_{\mathcal{S}} x \, dy \, dz + y \, dz \, dx + z \, dx \, dy,$$

где је \mathcal{S} спољна страна тела ограниченог површима $x^2 + y^2 = 7 - 2z$ и $z = 2 - \sqrt{x^2 + y^2}$.