

МАТЕМАТИКА 3 Б

Први колоквијум

3. децембар 2019.

1. Функција $f : [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ је дефинисана са

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -2 \leq x \leq 0 \\ \frac{x}{2}, & 0 < x \leq 2. \end{cases}$$

(а) Развити у Фуријеов ред функцију f на скупу \mathbb{R} и одредити суму тог реда.

(б) Израчунати суму

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k^2} \quad \text{и} \quad \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{(2k+1)^4}.$$

2. Доказати да је ред

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(a^{\frac{1}{n}} + a^{-\frac{1}{n}} - 2 \right)$$

конвергентан на скупу $(0, +\infty)$. Да ли је сума овог реда непрекидна функција на $(0, +\infty)$?

3. Израчунати интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{x}{e^{2\pi x} - 1} \mathbf{d}x.$$

4. Израчунати суму реда

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{n^4 + n^2 + 1}.$$