

МАТЕМАТИКА 2 Ц

Писмени испит

Јулски испитни рок

5. 7. 2019.

1. Нека је $n > 1$ природан број. Израчунати вредност детерминанте

$$\begin{vmatrix} 5 & 3 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 3 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 5 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 2 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 2 & 5 \end{vmatrix}_{n \times n}.$$

2. Одредити једначине тангентних равни површи $x^2 + 2y^2 + z^2 = 1$ које су паралелне са равни $x - y + 2z = 0$.

3. Испитати локалне екстремуме функције

$$f(x, y) = x^3 + x^2y + y^2, \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2,$$

а затим одредити најмању и највећу вредност (уколико постоје) функције f на скупу

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq y \leq \frac{1-x^2}{2}, y \geq 0 \right\}.$$

4. Израчунати интеграл

$$\oint_{\ell} y \, dx + x^2 \, dy,$$

где је ℓ позитивно оријентисан руб скупа

$$S = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \sqrt{1-x^2} \leq y \leq \sqrt{-2x-x^2}, y \geq 0 \right\}.$$

5. Израчунати интеграл

$$\iint_{\substack{x \geq 0 \\ 1 \leq xy \leq 2 \\ 1 \leq \frac{y}{x} \leq 2}} x \, dx \, dy.$$