ТМИ

Зора Голубовић

27. мај 2019.

1. Нека је X Хилбертов простор и $M \subset X$ произвољан векторски потпростор од X. Доказати да је $M^{\perp}$ Хилбертов простор.
2. Нека је X Хилбертов и $\{x_i\}$ ортогоналан скуп вектора. Доказати да је $\| \sum_{i=0}^{n} x_i\|^2 = \sum_{i=0}^{n} \|x_i\|^2$.
3. Ако је $Re < x, y >= \|x\|^2 = \|y\|^2$, доказати да је $x = y$.
4. Доказати да је у Хилбертовом простору X једнакост $\|f+g\| = \|f\|+\|g\|$ испуњена акко $g = \lambda f$ за неко $\lambda > 0$.
5. Наћи углове троугла у $L^2(-1, 1)$ чија су темена 0, 1, t.
6. $X^{\perp} \cap Y^{\perp} = (X + Y)^{\perp}$. Доказати.
7. Израчунати $d(e_1, L)$ за $e_1 = (1, 0, \dots 0)$, где је $L = \left\{ x \in l^2 \mid x = (\xi_j)_{j=1}^{\infty}, \sum_{j=1}^{n} \xi_j = 0 \right\}$.
8. Задатак 400. из збирке (аутор Д. Кечкић), стр. 156.