

Колоквијум

Математика IV

12. април 2019.

1. Наћи екстремале функционала $J[y(x), z(x)] = \int_1^2 (y'^2 + z^2 + z'^2) dx$ за граничне услове $y(1) = 1$, $y(2) = 2$, $z(1) = 0$, $z(2) = 1$.
2. Решити интегро-диференцијалну једначину

$$\varphi''(x) + \varphi(x) + \int_0^x e^{2(x-t)} \varphi'(t) dt - \int_0^x (x-t) \varphi''(t) dt = e^{2x},$$

$$\varphi(0) = \varphi'(0) = 0.$$

3. Израчунати $F(\alpha) = \int_0^{\infty} x e^{-x^2} \sin \alpha x dx$.
4. а) Нека је $f(z) = R(x, y) e^{i\varphi(x, y)}$. Доказати да се Коши-Риманови услови за функцију $f(z)$ могу написати у облику

$$R'_x = R\varphi'_y,$$

$$R'_y = -R\varphi'_x.$$

- б) Одредити регуларну функцију $f(z) = R(x, y) e^{i\varphi(x, y)}$ ако је $R(x, y) = (x^2 + y^2) e^x$.
5. Одредити слику области $\{x < 0\}$ при билинеарном пресликавању $B(z) = \frac{2z+4-4i}{z-2-2i}$.