

Задаци

Зора Голубовић

Јануар, 2018

1. Одредити парцијалне суме редова, суме редова и на основу тога испитати конвергенцију редова: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$, $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{1}{2^n} \cos \frac{3}{2^n}$.
2. Доказати да је ред $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ дивергентан, ако је $a_n = (-1)^n \frac{n-1}{n+1}$, $a_n = \left(\frac{2n^2-3}{2n^2+1}\right)^{n^2}$.
3. Доказати да ред $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{(n+1)\sqrt{n}}$ задовољава неопходан услов конвергенције редова, али је ипак дивергентан.
4. Испитати конвергенцију следећих редова $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt[n]{n}}$, $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^p(n)}$, $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n} \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{e^n n!}$, $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+(-1)^n}{3^n}$.
5. Доказати да су следећи редови апсолутно конвергентни $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n+1}{n\sqrt[5]{n^3+n}}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctan(-n)^n}{\sqrt[4]{2n^6+3n+1}}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-n)^n}{(2n)!}$.
6. Испитати апсолутну и условну конвергенцију редова $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n n^2}{3^{n+1}}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln(n+1)}$.
7. Доказати следећу једнакост $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{n!} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{5^n}{n!} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{7^n}{n!}$.
8. Доказати да су следећи редови конвергентни за свако $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx \sin nx}{n}$.
9. Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{(n-2)(n-1)}{2}}}{n}$.
10. Наћи вредност бесконачног производа $\prod_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{(-1)^{n-1}}{n}\right)$.