Диференцијалне једначине а - МН смерови
Домаћи - осма недеља

асистент: Филип Броћић

1) Нека је $F(x, y, y', ..., y^{(n)}) = 0$. Ако $\exists k, m$ $F(e^t x, e^{kt} y, ..., e^{(k-n)t} y^{(n)}) = e^{mt} F(x, y, y', ..., y^{(n)})$ показати да се једначина параметризацијом може свести на хомогену једначину.

2) Решити ДЈ

   1) $x^3 y'' + 2xyy' - x^2 (y')^2 - y^2 = 0$,
   2) $x^4 y'' - (2xy + x^3) y' + 4y^2 = 0$,
   3) $x^2 (yy'' - y'^2) + xyy' = (2xy' - 3y)\sqrt{x^3}$.

3) Нека је $y^{(n)} = F(x, y^{(k)}, ..., y^{(n-1)})$. Показати да се погодном сменом једначина може свести на једначину реда $(n - k)$.

4) Решити ДЈ

   1) $(1 - x^2) y'' + xy' = 2$,
   2) $xy'' = y' + x(y'^2 + x^2)$.

5) Нека је $F(x, y, y', ..., y^{(n)}) = 0$ где је F функција таква да $\exists G(x, y, ..., y^{(n-1)})$ $\quad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} G = F$. Тада се једначина редукује за један степен и важи $G(x, y, ..., y^{(n-1)}) = c$.

6) Решити ДЈ

   1. $y'''(1 + y'^2) - 3y' y''^2 = 0$,
   2. $2y''' y' - y''^2 - y'' y' + \frac{y'^2}{x^2} = 0$.

7) Одредити решења диференцијалне једначине

$$x^2 (yy'' - y'^2) + xyy' = (2xy' - 3y)\sqrt{x^3}$$

   која задовољавају

   а) $y(1) = 1, y'(1) = -\frac{1}{2}$,
   б) $y(1) = 1, y'(1) = 1$.