Диференцијалне једначине а - МН смерови
Домаћи - десета недеља

асистент: Филип Броћић

Дефиниција 1 *Нека је $\mathcal{U} \subset \mathbb{R}^n$ област. Кажемо да векторско поље $F : \mathcal{U} \to \mathbb{R}^n$ има компактан носач ако је*

$$\text{supp } F := \overline{\{x \in \mathcal{U} | \ F(x) \neq 0\}}$$

компактан скуп у $\mathcal{U}$.

1) Нека је $F : \mathcal{U} \to \mathbb{R}^n$ векторско поље са компактним носачем класе C^1. Показати да векторско поље F задаје дејсто једнопараметарске групе дифеоморфизама на $\mathcal{U}$.

2) Пронаћи дифеоморфизам $\phi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ који слика тачку $x_1 \in \mathbb{R}$ у тачку $x_2 \in \mathbb{R}$, такав да је једнак идентитети ван компактног скупа.

3) Нека је $n > 1$ Показати да постоји дифеоморфизам $\phi : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ који слика тачку $x_1 \in \mathbb{R}^n$ у тачку $x_2 \in \mathbb{R}^n$, такав да је једнак идентитети ван компактног скупа који је садржан у Жордан мерљивом скупу произвољно мале запремине.

Дефиниција 2 *Нека је $\phi : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ дифеоморфизам. Носач дифеоморфизма ϕ је*

$$\text{supp } \phi := \overline{\{x \in \mathbb{R}^n | \phi(x) \neq x\}}.$$

4) Конструисати дифеоморфизам $\phi : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ који слика јединичну сферу у сферу полупречника $r > 1$ и има компактан носач.

5) Наћи векторско поље $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ које задаје дејство једнопараметарске групе $\{\phi_t\}_{t \in \mathbb{R}}$ дифеоморфизама на $\mathbb{R}^2$ такво да ϕ_1 слика параболу $P = \{(x, y) | y = x^2\}$ на x осу. Да ли ϕ_1 има компактан носач?