Диференцијалне једначине а - МН смерови
Домаћи - девета недеља

асистент: Филип Броћић

1) Показати да је функција

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x}} & , x > 0 \\ 0 & , x \leq 0. \end{cases}$$

класе $C^\infty(\mathbb{R})$. Да ли је аналитичка ?

2) Показати да постоји функција $\rho : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ таква да је

$$\rho(x) = \begin{cases} 1 & , x \in \mathrm{B}(\mathbf{0}, 1) \\ 0 & , x \notin \mathrm{B}(\mathbf{0}, 2). \end{cases}$$

и да је класе $C^\infty(\mathbb{R}^n)$.

Дефиниција 1 *Нека је X тополошки простор, и $\{\mathcal{U}_\lambda\}_{\lambda\in\Lambda}$ отворено покривање простора X. Кажемо да је фамилија $\{\mathcal{V}_\alpha\}_{\alpha\in\mathcal{A}}$ локално коначно профињење од $\{\mathcal{U}_\lambda\}_{\lambda\in\Lambda}$ ако важи:*

1) $\cup_{\alpha\in\mathcal{A}}\mathcal{V}_\alpha = X$,

2) $\forall\alpha \in \mathcal{A}\ \exists\lambda \in \Lambda \quad \mathcal{V}_\alpha \subset \mathcal{U}_\lambda$,

3) Свака тачка је садржана у коначно много скупова из $\{\mathcal{V}_\alpha\}_{\alpha\in\mathcal{A}}$.

3) Показати да свако покривање од $\mathbb{R}^n$ има пребројиво локално коначно профињење.

4) Показати да свако покривање површи у $\mathbb{R}^n$ има пребројиво локално коначно профињење.

Дефиниција 2 *Разлагање јединице на $\mathbb{R}^n$ је фамилија пресликавања $\rho_\lambda : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ таква да:*

1) $0 \leq \rho_\lambda \leq 1$,

2) $\forall x \in \mathbb{R}^n\ \exists U \in \tau_{\mathbb{R}^n} \quad x \in U,\ \rho_\lambda\big|_U = 0$ *за све осим коначно* λ,

3) $\forall x \in \mathbb{R}^n\ \sum_{\lambda\in\Lambda}\rho_\lambda(x) = 1$.

5) За свако отворено покривање $\{\mathcal{U}_\lambda\}_{\lambda\in\Lambda}$ простора $\mathbb{R}^n$ постоји разлагање јединице ρ_λ такво да је

$$\mathrm{supp}\rho_\lambda \subset \mathcal{U}_\lambda.$$

6) Уопштити дефиницију 2 и задатак 5) на површи.