Диференцијалне једначине а - МН смерови
Домаћи - шеста недеља

асистент: Филип Брoћић

1) Нека је дата тачна форма $\alpha = M(x,y)\mathrm{d}x + N(x,y)\mathrm{d}y$. Опште решење једначине
$$\alpha = M(x,y)\mathrm{d}x + N(x,y)\mathrm{d}y = 0$$
је $F^{-1}(c), c \in \mathbb{R}$ где је $F(x,y)$ функција таква да је $dF = \alpha$.

2) Уколико је форма тачна решити једначину

   а) $2x(1+\sqrt{x^2-y})dx - \sqrt{x^2-y}dy = 0$,
   б) $(1 + y^2 \sin 2x dx) - y^2 \cos^2 x dy = 0$,
   в) $(x \log y + xy)dx + (y \log x + xy)dy = 0$,
   г) $(xy^2 + nx^2y)dx + (x^3 + x^2y)dy = 0, \quad n \in \mathbb{N}$,
   д) $(x + ye^{2xy})dx + nxe^{2xy}dy = 0$.

3) Уколико форма $\alpha = M(x,y)\mathrm{d}x + N(x,y)\mathrm{d}y$ није тачна, показати да ја форма $\mu(x,y)\alpha$ тачна акко
$$\mu = \frac{N\frac{\partial \mu}{\partial x} - M\frac{\partial \mu}{\partial y}}{\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}}.$$
Такву функцију μ називамо интеграциони фактор једначине $\alpha = 0$.

4) Уколико је μ интеграциони фактор једначине $\alpha = 0$ и ако је
$$\frac{Ny - Mx}{\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}} = g(z)$$
где је $z = xy$, тада је
$$\mu = e^{\int g(z)dz}.$$

6) Наћи интеграциони фактор потом решити једначине

   а) $(q(x) - p(x)y)dx - dy = 0$,
   б) $2xy \log y dx + (x^2 + y^2\sqrt{y^2+1})dy = 0$,
   в) $y(2 - 3xy^2)dx - x(1 + xy^2)dy = 0$,
   г) $(\sqrt{x^2-y} + 2x)dx - dy = 0$
   д) $(x+2)\sin y dx + x \cos y dy = 0$.