

Диференцијалне једначине а - МН смерови
Домаћи - трећа недеља

асистент: Филип Броћић

- 1) Прочитати **скрипту** о Диференцијалним формама.
- 2) Дата је једначина

$$y' = \frac{f(x)}{g(y)} \quad (1)$$

где су f и g непрекидна пресликавања на интервалу (a, b) односно (c, d) , и $g \neq 0$. Показати да је опште решење једначине (1) имплицитно задато са

$$\int_{y_0}^y g(u) du = \int_{x_0}^x f(t) dt$$

где су $x_0, x \in (a, b)$ и $y_0, y \in (c, d)$. Из Теореме о имплицитној функцији закључити да се решење може наћи и у експлицитном облику.

- 3) Решити диференцијалне једначине

а) $y' = xy$,

б) $y' = \frac{y^2+1}{\sqrt{x^2+1}}$.

- 4) Показати да се хомогена диференцијална једначина

$$y' = F\left(\frac{y}{x}\right)$$

може свести на једначину која раздваја променљиве.

- 5) Решити диференцијалне једначине

а) $y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}$,

б) $y' = -\frac{x^2+y^2}{xy}$,

в) $y' = \frac{y^2-2xy-x^2}{y^2+2xy-x^2}$,

г) $x \sin \frac{y}{x} y' = y \sin \frac{y}{x} + x$.

6) Нека су $a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ и $c \in \mathbb{R}$. Показати да се диференцијална једначина

$$y' = F(ax + by + c)$$

може свести на једначину која раздваја променљиве.

7) Решити диференцијалне једначине

а) $y' = y + 2x - 3$,

б) $y' = (x + y)^2$.

8) У зависности од a_1, b_1, a_2, b_2 свести диференцијалну једначину

$$y' = F\left(\frac{a_1x + b_1y + c_1}{a_2x + b_2y + c_2}\right)$$

на једначину која раздваја променљиве или на хомогену диференцијалну једначину.

9) Решити диференцијалне једначине

а) $(y + 2x - 2)y' = y - x - 1$,

б) $y' = \frac{x+y+4}{x+y-6}$.

10) Скицирати решења диференцијалних једначина без решавања:

а) $y' = -\frac{y}{x}$,

б) $y' = 1 + x - y$.