

# Primer završnog ispita iz Teorije aproksimacija

## **Zadatak 1.**

- Naći polinom najbolje ravnomerne aproksimacije  $P_3(x)$  funkcije  $f(x) = x^4$  i proceniti grešku aproksimacije.
- Dokazati da je polinom najbolje ravnomerne aproksimacije neprekidne funkcije jedinstven.

## **Zadatak 2.**

- Definisati polinom reda  $n$  najbolje srednjekvadratne aproksimacije periodične funkcije  $f(x)$  u prostoru  $\mathcal{L}_2[-\pi, \pi]$  i izvesti njegove koeficijente.
- Šta se dešava sa polinomom reda  $n$  iz dela pod b) kada  $n \rightarrow \infty$ ? Obrazložiti odgovor.

**Zadatak 3.** Neka je  $\varphi^{(0)}$  početna funkcija kaskadnog algoritma definisana sa:

$$\varphi^{(0)}(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x < \frac{1}{2}; \\ -1, & \frac{1}{2} \leq x < 1. \end{cases}$$

Ako je  $h(0) = h(1) = \frac{1}{2}$ , napisati analitički izraz i nacrtati  $\varphi^{(1)}(x)$  i  $\varphi^{(2)}(x)$ , koje su dobijene kaskadnim algoritmom. Ispitati da li niz  $\varphi^{(k)}(x)$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$  konvergira i ako konvergira, odrediti funkciju koja predstavlja njegovu graničnu vrednost.

**Zadatak 4.** Naći Furijeov red funkcije  $f(x) = e^x$  na intervalu  $[-\pi, \pi]$ .

**Zadatak 5.** Detaljno opisati algoritam diskretne Furijeove transformacije.