Непериодична ф-ја нема периодичан домен, и нуле

1. $f(x) = \sqrt[3]{(x-2)^2(x+1)}$

$f(x) = (x-2)^{\frac{2}{3}}(x+1)^{\frac{1}{3}}$

1° домен: $D_f = \mathbb{R}$

2° $f(x) = 0$ за $x = 2$ и $x = -1$

		-1		2	
f	$-$		$+$		$+$

3° н/н/н

4° асимптоте:

- вертикалне: нема к.
- косе и хор:

$$f(x) = x\cdot\left(1-\frac{2}{x}\right)^{\frac{2}{3}}\cdot\left(1+\frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$f(x) = x\left(1 - \frac{2}{3}\cdot\frac{2}{x} + \binom{\frac{2}{3}}{2}\cdot\frac{4}{x^2} + o\left(\frac{1}{x^2}\right)\right)\left(1+\frac{1}{3x}+\binom{\frac{1}{3}}{2}\cdot\frac{1}{x^2}+o\left(\frac{1}{x^2}\right)\right),\ x\to\pm\infty$$

$$= x\left(1-\frac{4}{3x} + \frac{\frac{2}{3}\cdot\frac{-1}{3}}{2}\cdot\frac{4}{x^2} + \frac{1}{3x} - \frac{4}{9x^2} + \frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{-2}{3}}{2}\cdot\frac{1}{x^2} + o\left(\frac{1}{x^2}\right)\right),\ x\to\pm\infty$$

$$= x\left(1-\frac{1}{x} + \left(-\frac{4}{9}-\frac{4}{9}-\frac{1}{9}\right)\frac{1}{x^2} + o\left(\frac{1}{x^2}\right)\right),\ x\to\pm\infty$$

$$= x - 1 - \frac{1}{x} + o\left(\frac{1}{x}\right),\ x\to\pm\infty$$

$y = x-1$ је коса а.

кад $x\to+\infty$: приближава се одоздо

кад $x\to-\infty$: приближава се одозго

Пресек $y = x-1$ са $f(x)$

$\sqrt[3]{(x-2)^2(x+1)} = (x-1)\quad /^3$

$(x^2-4x+4)(x+1) = x^3-3x^2+3x-1$

$x^3 - 4x^2 + 4x + x^2 - 4x + 4 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

$3x = 5$

$\boxed{x = \frac{5}{3}}$

5° монотоност и лок. екстр.

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{x-2}\,\sqrt[3]{(x+1)^2}},\ x\neq -1,\ x\neq 2$$

$$\operatorname{sgn} f'(x) = \operatorname{sgn}\frac{x}{x-2}$$

		0		2	
x	$-$		$+$		$+$
$x-2$	$-$		$-$		$+$
f'	$+$		$-$		$+$
f	$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$

у $x = 0$ је лок max $\quad f(0) = \sqrt[3]{4} < 2$

у $x = 2$ је лок. min $\quad f(2) = 0$

6° $$f''(x) = \frac{(x-2)(x+1) - x(x-1)}{\sqrt[3]{(x-2)^4(x+1)^5}} = \frac{x^2 - 2x + x - 2 - x^2 + x}{\sqrt[3]{(x-2)^4(x+1)^5}} = \frac{-2}{\sqrt[3]{(x-2)^4(x+1)^5}}$$

$$\operatorname{sgn} f''(x) = \operatorname{sgn}\frac{-1}{x+1}$$

		-1	
f''	$+$		$-$
f	$\cup$		$\cap$

$x = -1$ је превојна тачка

$f(-1) = 0$

7° $\lim\limits_{x\to 2^+} f'(x) = f'_+(2) = +\infty \qquad \lim\limits_{x\to -1^+} f'(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x\to 2^-} f'(x) = f'_-(2) = -\infty \qquad \lim\limits_{x\to -1^-} f'(x) = +\infty$

2