

ТЕОРИЈА ВЕРОВАТНОЋА

Домаћи задатак

1. Странице правоугаоника $ABCD$ паралелне су координатним осама. Одредити математичко очекивање површине S датог правоугаоника у следећим случајевима:
 - а) координате (a_1, a_2) темена A су фиксиране, $0 \leq a_1, a_2 \leq 1$, а теме C има равномерну расподелу на дијагонали јединичног квадрата, која спаја тачке $(0, 0)$ и $(1, 1)$
 - б) темена A и C су независно одабрана и то тако да теме C има исту расподелу као под а), а теме A има равномерну расподелу унутар јединичног квадрата.
2. а) Нека је $(Z_n)_{n \in \mathbb{N}}$ низ независних случајних величина и нека је са S_n означен парцијалан збир првих n чланова овог низа. Доказати да из $Z_n \xrightarrow{P} 0$, при $n \rightarrow \infty$, не следи $\frac{S_n}{n} \xrightarrow{P} 0$, при $n \rightarrow \infty$.
б) Нека је $(T_n)_{n \in \mathbb{N}}$ низ случајних величина и нека је са S_n означен парцијалан збир првих n чланова овог низа. Испитати тачност тврђења: ако $T_n \xrightarrow{c.c.} 0$, при $n \rightarrow \infty$ онда $\frac{S_n}{n} \xrightarrow{c.c.} 0$, при $n \rightarrow \infty$.
в) Нека је $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ низ случајних величина и нека је са S_n означен парцијалан збир првих n чланова овог низа. Испитати тачност тврђења: ако $\max_{1 \leq j \leq n} |V_j| \xrightarrow{P} 0$, при $n \rightarrow \infty$ онда $\frac{S_n}{n} \xrightarrow{P} 0$, при $n \rightarrow \infty$.
3. а) Случајна величина X_n може узети само две вредности и то 2^n , -2^n са једнаким вероватноћама. Испитати да ли за низ независних случајних величина $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ важи слаби, односно јаки закон великих бројева.
б) Нека је $(Y_n)_{n \in \mathbb{N}}$ низ независних случајних величина, при чему Y_n има равномерну расподелу на сегменту $[-n, n]$. Испитати да ли за овај низ важи централна гранична теорема.