

1. Испитати функцију $f(x) = e^{-\frac{1}{x}\sqrt{x^2+x}}$ и скицирати њен график.

2. Нека је $a_n = \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} e^{n \sin x} dx$ и $b_n = \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} e^{n \sin x} \cos x dx$.

а) Израчунати b_n .

б) Показати да важи $b_n \leq a_n \leq \frac{2}{\sqrt{3}} b_n$.

в) Израчунати $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(na_n)}{n}$.

3. а) Показати да важи $\ln(1-x) \leq -x - \frac{x^2}{2}$ за $x \in [0, 1)$.

б) Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(1 - \frac{e}{\sqrt{n}}\right)^n e^{e\sqrt{n}}}{n^{\frac{3}{2}}}$.

4. Нека је $x_1 > 0$ и $x_{n+1} = \left|x_n - \frac{1}{n}\right|$. Одредити $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$.

5. Нека је $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ непрекидна и монотона функција. Показати да за свако $a \in \mathbb{R}$ важи

$$\int_0^1 |f(x) - a| dx \geq \int_0^1 |f(x) - f\left(\frac{1}{2}\right)| dx$$

Напомена: Студент ради задатке 1,2 и 3 као и један од 4,5.