

# 1 Тачка, права и раван

- 1.1 Одредити једначину праве  $p$  која садржи тачку  $P(1, 2)$  и има нормалан вектор  $\vec{n}_p = (1, -2)$ .
- 1.2 Одредити једначину праве  $p$  која садржи тачку  $P(2, 3)$  и има вектор правца  $\vec{v}_p = (2, 1)$ .
- 1.3 Одредити једначину праве  $p$  која садржи тачке  $A(1, 2)$  и  $B(5, 4)$ . Записати једначину у имплицитном, параметарском и канонском облику.
- 1.4 Одредити углове које права  $3x - 2y + 4 = 0$  заклапа са координатним осама.
- 1.5 Одредити једначину нормале праве  $2x + 3y - 4 = 0$  која садржи пресек правих  $x + y + 1 = 0$  и  $x - y = 0$ .
- 1.6 Одредити симетралу угла између правих  $y = x - 2$  и  $y = 3$ .
- 1.7 Одредити растојање тачке  $A(3, 6)$  од праве  $p : x + 2y - 1 = 0$ .
- 1.8 Одредити једначину праве чији је коефицијент правца једнак  $-2$  и која се налази на растојању  $2$  од координатног почетка.
- 1.9 (332) Одредити трансформацију равни која представља композицију симетрије у односу на праву  $l : x + 3y - 5 = 0$  и хомотетије са центром  $S(2, 1)$  и коефицијентом  $3$ .
- 1.10 (240) Одредити једначину нормале из тачке  $A(2, 3, -1)$  на раван  $\alpha : 2x + y - 4z + 5 = 0$ .
- 1.11 (243) Одредити једначину равни која садржи тачку  $M(-1, 0, 3)$  и нормална је на праву  $q : \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-1}{-1}$ .
- 1.12 (244) Одредити једначину равни која: 1) је паралелна равни  $Oxz$  и садржи тачку  $P(2, 3, 5)$ ; 2) садржи  $z$ -осу и тачку  $M(-3, 1, 2)$ ; 3) паралелна је  $x$ -оси и садржи тачке  $A(4, 0, -2)$  и  $B(5, 1, 7)$ .
- 1.13 (247) Одредити тачку која је симетрична тачки  $P(3, -2, -4)$  у односу на раван  $\alpha : 6x + 2y - 3z - 75 = 0$  као и пројекцију тачке  $P$  на раван  $\alpha$ .
- 1.14 (249) Одредити тачку која је симетрична тачки  $P(-1, -2, 1)$  у односу на праву  $l : \frac{x}{-2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{1}$  као и пројекцију тачке  $P$  на праву  $l$ .
- 1.15 (340) Одредити трансформацију простора која сваку тачку  $M(x, y, z)$  пресликава у њој симетричну тачку у односу на тачку  $S(-1, 1, 3)$ .
- 1.16 (255) Одредити једначину равни која садржи праву  $l : \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{3}$  и нормална је на раван  $\alpha : 2x - 4y + z + 5 = 0$ .
- 1.17 У ком су међусобном положају праве:
- а)  $p : x = -1 + 2t, y = 3 - t, z = -5 + 3t, t \in \mathbb{R}$  и  $q : x = 2 + s, y = -3 + 4s, z = 3 - 2s, s \in \mathbb{R}$ .
- б)  $p : \frac{x-4}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-12}{-1}$  и  $q : \frac{x-3}{-7} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{3}$ .
- в)  $p : x + 5y + z = 0, x - z + 4 = 0$  и  $q : \frac{x+3}{5} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{5}$ .
- 1.18 (254) Одредити параметар  $\lambda$  тако да се праве  $p : \frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{5} = \frac{z-1}{-2}$  и  $q : \frac{x-\lambda}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+5}{0}$  секу. Које су координате пресечне тачке?
- 1.19 (257) Одредити заједничку нормалу и растојање између мимоилазних правих  $p : \frac{x-4}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-12}{-1}$  и  $q : \frac{x-3}{-7} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$ .
- 1.20 (259) Одредити раван  $\alpha$  која са равни  $x - 4y - 8z + 12 = 0$  гради угао од  $\frac{\pi}{4}$  и садржи праву  $x + 5y + z = 0, x - z + 4 = 0$ .
- 1.21 (262) Кроз тачку  $T(-3, 1, 2)$  одредити праву  $l$  која је паралелна равни  $\alpha : 4x - y + 2z - 5 = 0$  и која сече праву  $p : \frac{x+3}{0} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-1}$ .
- 1.22 Израцунати површину троугла  $ABC$  ако његова темена имају координате  $A(1, 2, 3), B(4, 7, -2), C(-3, 7, 8)$ .
- 1.23 Израцунати површину троугла  $ABC$  ако његова темена имају координате  $A(1, 2), B(4, 7), C(-3, 7)$ .

## 2 Криве другог реда

**2.1 (187)** У тачкама  $M_1$  и  $M_2$  елипсе повучене су тангенте које се секу у тачки  $P$ . Доказати да тачка  $P$  припада дијаметру који полови тетиву  $M_1M_2$ .

**2.2 (200)** Доказати да је површина троугла чије су странице асимптоте хиперболе и тангента на хиперболу константна.

**2.3 (214)** Одредити једначину криве другог реда која садржи тачке  $A(-2, -1)$  и  $B(0, -2)$  и којој су праве  $x + y + 1 = 0$  и  $x - y + 1 = 0$  осе симетрије.

**2.4 (216)** Одредити једначину праве која садржи тачку  $A(3, 4)$  и додирује криву  $2x^2 - 4xy + y^2 - 2x + 6y - 3 = 0$ .

**2.5 (223)** Одредити једначину параболе која садржи тачку  $A(2, 1)$  ако су дате њена директриса  $x - 2y - 5 = 0$  и оса симетрије  $2x + y - 1 = 0$ .

**2.6 (231)** Одредити једначину криве другог реда чија једна директриса има једначину  $l : x + y - 1 = 0$ , а жиже су јој тачке  $F_1(1, 1)$  и  $F_2(-2, -2)$ .

**2.7 (235-6)** Свести једначину криве на канонски облик изометријском трансформацијом, написати формуле трансформације и одредити основне елементе криве 1)  $2x^2 + 3xy - 2y^2 + 4x + 3y - 7 = 0$ ; 2)  $x^2 + y^2 - xy - 3x - 1 = 0$ ; 3)  $4x^2 + 9y^2 - 2x + 2y - 12xy - 19 = 0$ .

## 3 Површи

**3.1 (275)** Одредити једначине равни које садрже праву  $\frac{x-13}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{4}$  и додирују сферу  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 67 = 0$ . Одредити затим једначине симетралних равни диједара између ове две равни назначивши ону која сече дату сферу.

**3.2** Круг  $k$  који настаје ротацијом тачке  $A(1, 2, 3)$  око праве  $p : \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{1}$  написати као 1) Пресек равни и сфере којој центар припада равни; 2) пресек равни и цилиндра; 3) пресек две сфере полупречника 2.

**3.3 (287)** Одредити једначину сфере која додирује раван  $\alpha : 2x + 2y + z - 7 = 0$  и садржи круг  $k : x^2 + y^2 + z^2 - 3x + 6y + 2z - 5 = 0, x - 2y - 2z + 1 = 0$ .

**3.4 (281)** Одредити једначину коноидне површи ако је њена оса  $o : y = 0, z = -a$ , директриса  $d : x = 0, z = a$ , а директорна раван  $\alpha : x + y + z = 0$ .

**3.5 (282)** Одредити једначину површи која представља унију правих које секу параболу  $y^2 = 2x, z = 0$  и  $z^2 = -2x, y = 0$  и паралелне су равни  $y - z = 0$ .

**3.6 (291)** Одредити једначину цилиндра чија је генератриса права паралелна правој  $p : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{4}$  а директриса параболу  $x^2 = 2y, z = 0$ .

**3.7 (293)** Одредити једначину цилиндра описаног око сфере  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ , чије су генератрисе паралелне вектору  $(1, 1, -2)$ .

**3.8** Одредити једначину конуса чије је врх тачка  $V(0, 1, 1)$ , а директриса елипса  $x^2 + 3y^2 = 4, z = 0$ .

**3.9 (298)** Одредити једначину конуса чије је теме тачка  $M(1, 4, 5)$  и који додирује сферу  $\sigma : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 4$ . Ако је извор светлости у тачки  $M$  одредити која је крива контура сенке сфере  $\sigma$  на раван  $Oxz$ .

**3.10 (307)** Одредити једначину кружног конуса коме је права  $o : x - y = 0, 4x - z = 0$  оса и коме је раван  $\alpha : x + y + z = 0$  тангентна раван.

**3.11 (343)** Одредити трансформацију простора која представља композицију хомотетије са центром у тачки  $A(1, 0, 2)$  и коефицијентом 2, равнанске рефлексije у односу на раван  $\alpha : x + 2y - z + 3 = 0$  и хомотетије са центром у тачки  $B(2, -3, -4)$  и коефицијентом  $\frac{1}{2}$ . Одредити слику површи  $x^2 + y^2 + 2y + z^2 - 2z = -1$  при овој трансформацији.

**3.12 (309)** Свести једначину површи на канонски облик изометријском трансформацијом и написати формуле трансформације 1)  $3x^2 + 3y^2 - 2xy - 8x + 8y - z + 10 = 0$ ; 2)  $12x^2 + 6y^2 + 9z^2 - 12xz - 12yz - 4 = 0$ .

**3.13** Одредити растојање између два места на Земљи (полупречника  $R$ ) која су дата са  $A : 45^\circ$  северне ширине,  $20^\circ$  источне дужине и  $B : 30^\circ$  јужне ширине,  $25^\circ$  западне дужине.