

ЗАДАЦИ СА ВЕЖБИ – СТОХАСТИЧКИ МОДЕЛИ У ОПЕРАЦИОНИМ ИСТРАЖИВАЊИМА – 4В

Школска година 2014/15.

Пета недеља (среда 5.11.2014)

28. Киоск са брзом храном отвара се у $8h$. Од $8h$ до $11h$ чини се да купци долазе, у просеку, по стопи која се постепено повећава од иницијалних 5 купаца у $8h$, и достиже максимум од 20 купаца у $11h$. Од $11h$ до $13h$ (просечна) стопа остаје константна и износи 20 купаца по сату. Међутим, (просечна) стопа долазака, затим, постепено опада од $13h$ до тренутка затварања у $17h$, када износи 12 купаца. Ако се претпостави да су бројеви купаца који долазе до киоска током дисјунктних временских интервала независни, описати вероватносни модел који би добро моделирао дату ситуацију. Израчунати вероватноћу да нема долазака купаца између 8:30 и 9:30 понедељком ујутру. Израчунати очекивани број долазака у овом периоду.

29. Фер (регуларан) новчић баца се бесконачно много пута и резултати бацања су Y_0, Y_1, \dots , при чему је

$$Y_i = \begin{cases} 1 & , \text{ако је пало "П"} \\ 0 & , \text{ако је пала "Г"} \end{cases}$$

За $n \geq 1$ нека је $X_n = Y_{n-1} + Y_n$ укупан број "П" у $(n-1)$ -ом и n -том бацању. Испитати да ли је $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ланац Маркова.

30. Три беле и три црне куглице расподељене су у две кутије, тако да свака од њих садржи по три куглице. Каже се да је систем у стању i , $i = 0, 1, 2, 3$, ако прва кутија садржи i белих куглица. У сваком кораку, извлачи се по једна куглица из сваке кутије и куглица извађена из прве кутије ставља се у другу и обрнуто. Нека X_n представља стање система након n корака. Објаснити зашто је $(X_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$ ланац Маркова и одредити матрицу вероватноћа прелаза за један корак P .

31. Трансформација процеса у ланац Маркова: Претпостави се следеће: да ли данас пада киша или не зависи од претходних временских прилика током последња два дана. Посебно, претпостави се да: ако пада киша у последња два дана сутра ће падати са вероватноћом 0.7; ако је киша падала данас, а јуче није, сутра ће падати са вероватноћом 0.5; ако је киша падала јуче, али не и данас, сутра ће падати са вероватноћом 0.4; ако киша не пада у последња два дана сутра ће падати са вероватноћом 0.2. Моделирати описану ситуацију ланцем Маркова.

Ако се зна да је киша падала у понедељак и уторак, израчунати вероватноћу да ће падати и у четвртак.

32. Одређеног дана дечак је или весео (В) или се осећа тако-тако (Т) или је мрзовољан (М). Ако је данас весео сутра ће бити В, Т, М са вероватноћама, редом, 0.5, 0.4, 0.1. Ако се данас осећа тако-тако сутра ће бити В, Т, М са вероватноћама, редом, 0.3, 0.4, 0.3. Ако је данас мрзовољан сутра ће бити В, Т, М са вероватноћама, редом, 0.2, 0.3, 0.5.

а) Моделирати описану ситуацију ланцем Маркова.

б) Израчунати вероватноћу да након што је једног дана био весео, дечак наредна два дана буде мрзовољан.

в) Дечак је тренутно весео. Израчунати вероватноћу да неће бити мрзовољан ниједног од следећа три дана.

г) Зна се да је дечак био мрзовољан пре четири дана и да од тада није био весео. Израчунати вероватноћу да је данас мрзовољан.