

Топологија А, домаћи 4

Задатак 1. Нека је $\{X_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}$ фамилија тополошких простора таква да је производ $\prod_{\lambda \in \Lambda} X_\lambda$ локално повезан (у топологији Тихонова). Доказати да су сви сем коначно много простора фамилије $\{X_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}$ повезани.

Задатак 2. Нека је X Хауздорфов простор и $\{K_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}$ фамилија компактних скупова у X . Нека је $U \subseteq X$ отворен скуп таква да $\bigcap_{\lambda \in \Lambda} K_\lambda \subseteq U$. Доказати да постоји коначна подфамилија $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ таква да $\bigcap_{i=1}^n K_{\lambda_i} \subseteq U$.

Задатак 3. Дат је потпуно регуларан тополошки простор X . Нека је $F \subseteq X$ затворен, а $K \subset X$ компактан скуп при чему је $F \cap K = \emptyset$. Доказати да постоји непрекидно пресликавање $f : [0, 1]$ такво да је $f|_K = 0$ и $f|_F = 1$.