Топологија А, домаћи 3

Задатак 1. Дат је скуп X на коме су дефинисане две топологије $\mathcal{T}_1$ и $\mathcal{T}_2$. Супремум топологију $\mathcal{T} := \mathcal{T}_1 \vee \mathcal{T}_2$ на X дефинишемо као топологију чија је база $\mathcal{B} = \{U \cap V | U \in \mathcal{T}_1, V \in \mathcal{T}_2\}$. Ако је X (потпуно) регуларан у топологијама $\mathcal{T}_1$ и $\mathcal{T}_2$ доказати да је (потпуно) регуларан и у супремум топологији $\mathcal{T}$.

Задатак 2. Нека су $F_1, ..., F_n$ затворени скупови у нормалном простору X такви да је $F_1 \cap ... \cap F_n = \emptyset$. Доказати да постоје отворени скупови $U_1, ..., U_n$ такви да је $F_i \subseteq U_i$ за $i = 1, ..., n$ и $U_1 \cap ... \cap U_n = \emptyset$.

Задатак 3. Дат је тополошки простор X и његов потпростор $A \subset X$. Ако је $u : [0,1] \to X$ пут у X такав да је $u(0) \in A$ и $u(1) \in A^c$ доказати да је $u([0,1]) \cap \partial A \neq \emptyset$.