Топологија А, домаћи 2

Задатак 1.

1. Нека је $(X, \mathcal{T})$ локално путно повезан тополошки простор. Ако је $A \subset X$ отворен и повезан, доказати да је A путно повезан.

2. Нека је $A \subset \mathbb{R}^n$ отворен и повезан скуп. Ако је $B = \{x \in \mathbb{R}^n | d(x, A) < 1\}$, доказати да је B путно повезан. Да ли тврђење важи ако $\mathbb{R}^n$ заменимо са било којим локално путно повезаним тополошким простором $(X, \mathcal{T})$?

Задатак 2. Доказати да не постоји непрекидно пресликавање $f : D^n \to S^{n-1}$ ($D^n = \{x \in \mathbb{R}^n, ||x|| \leq 1\}$) које је непарно на граници $S^{n-1} = \partial D^n$ тј. $f(x) = -f(-x)$ за $x \in S^{n-1}$.

Задатак 3. Доказати да је тополошки простор регуларан ако и само ако је пресек свих затворених околина произвољног затвореног скупа сам тај скуп.