Први тест из Анализе 1А

22. 11. 2010.

[1] **1.** Израчунати следеће лимесе:

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^2}{n^2+2}\right)^{1-3n^2}$

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\log n+\cos\dfrac{n\pi}{2}+5n^2}{2n^2+1}$

в) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{x_n}{3^n}$, где x_n задовољава диференцну једначину $x_{n+2}=5x_{n+1}-6x_n$, $n\in\mathbb{N}$; $x_0=1$, $x_1=6$.

[1] **2.** Испитати конвергенцију низа (x_n) и наћи му лимес ако постоји:

$$x_{n+1}=e^{x_n}-1,\ n\geqslant 0;\quad x_0=-2010.$$

[1] **3.**

а) Ако низ није конвергентан, тада он нема тачку нагомилавања. $\top$ $\perp$

б) Низ је конвергентан у $\mathbb{R}$ ако је монотон или ограничен. $\top$ $\perp$

в) За сваки низ (x_n) важи да је $\underline{\lim}\,x_n\leqslant\overline{\lim}\,x_n$. $\top$ $\perp$

г) Ако је $x_n<y_n$ за свако $n\in\mathbb{N}$, онда је $\lim\limits_{n\to\infty}x_n<\lim\limits_{n\to\infty}x_n$. $\top$ $\perp$

д) Ако је $\underline{\lim}\,x_n=2$ и $\overline{\lim}\,x_n=4$, онда постоји $\lim\limits_{n\to\infty}x_n$ и важи да је $x\in[2,4]$. $\top$ $\perp$

ђ) Ако је један подниз низа (x_n) опадајући, а неки други подниз растући, онда је (x_n) дивергентан низ. $\top$ $\perp$

[0.5] **4.** Наћи тачке нагомилавања и доњи лимес низа чији је општи члан:

$$x_n=3^{(-1)^n n}+\cos n\pi.$$

[1] **5.**

а) Навести пример низа чије су једине тачке нагомилавања $-5,0,5$.

б) Да ли је тачна следећа импликација за низове (x_n) и (y_n)? Образложити.

$$\lim_{n\to\infty}x_ny_n=0\Longrightarrow\lim_{n\to\infty}x_n=0\ \text{или}\ \lim_{n\to\infty}y_n=0$$

в) Да ли је тачна следећа импликација за низ (x_n)? Образложити.

$$\text{низ } x_n \text{ је неограничен}\Longrightarrow\lim_{n\to\infty}x_n=+\infty\ \text{или}\ \lim_{n\to\infty}x_n=-\infty$$

[1] **6.** Испитати Кошијевост низа чији је општи члан:

$$x_n=\frac{\sin 1^7}{7^1}+\frac{\sin 2^7}{7^2}+\ldots+\frac{\sin n^7}{7^n}.$$

[0.5] **7.** Одредити супремум, инфимум, максимум и минимум (уколико постоје) скупа:

$$\{x\in\mathbb{R}\,\big|\,\log_{\frac12}(\log_4(x^2-5))>0\}.$$