

Писмени испит из Анализе 1 за И смер

1. Нека је низ $(a_n)_{n \geq 1}$ задат са: $a_1 = \frac{1}{2}$, $a_{n+1} = \frac{1}{2} + \frac{a_n}{2}$, $n \in \mathbb{N}$.

- а) Математичком индукцијом показати да је низ $(a_n)_{n \geq 1}$ растући.
- б) Испитати ограниченост низа $(a_n)_{n \geq 1}$, па извести закључак о конвергенцији.
- в) Израчунати лимес $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2}$.

2. Одредити следеће граничне вредности:

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln 6n + 5n^{10} - 11^n + 7}{11^n + n^3 + 2}$,

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}$.

3. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \frac{x+1}{x^2-4}$.

4. Испитати непрекидност функције f и одредити врсте прекида, ако постоје:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{x} - \frac{5}{2} \cos x, & x < 0 \\ \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4} + \frac{5}{2}x, & 0 \leq x < 2 \\ \frac{19}{4}, & x = 2 \\ \frac{x - 2}{\sin(x - 2)}, & x > 2. \end{cases}$$

5. Навести пример функције која:

- а) није непрекидна;
- б) је растућа;
- в) има бар 2 нуле;
- г) је конкавна;
- д) има максимум у тачки $x = 2$.