

Писмени испит из Анализе 1 за И смер

1. Нека је низ $(a_n)_{n \geq 1}$ задат са: $a_0 = 2$, $a_n = 3a_{n-1} + 1, n \in \mathbb{N}$.

а) Математичком индукцијом показати да је $a_n = \frac{1}{2}(5 \cdot 3^n - 1)$.

б) Испитати монотоност низа $(a_n)_{n \geq 0}$.

в) Известити закључак о конвергенцији датог низа.

г) Израчунати лимес $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{3^n}$.

2. Одредити следеће граничне вредности:

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln 20n + 11n^{20} - 11^n}{2011^n + 1}$,

б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n)}{(n+1)^2}$,

в) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{e^x \sin x - x(x+1)}{x^3}$.

3. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \sqrt{\frac{x-2}{x+1}}$.

4. Испитати непрекидност функције f и одредити врсте прекида, ако постоје:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2^x - 1}{\ln 2 \cdot x}, & x < 0 \\ \frac{x^4 - 1}{x - 1}, & 0 \leq x < 1 \\ 3, & x = 1 \\ \frac{\sin 3(x-1)}{x-1} + e^{x-1}, & x > 1. \end{cases}$$

5. Дата је функција $f(x) = \frac{a^2 - 1}{3}x^3 + (a - 1)x^2 + 2x + 1$.

а) За које вредности параметра a функција расте за све x ?

б) Одредити једначину тангенте графика функције f у тачки $x = -1$ ако је $a = 2$.