

Osnovi mehanike - vežbe 10

10. maj 2022.

1. Odrediti putanju veštačkog Zemljinog satelita koji je lansiran sa visine od $h = 200$ km horizontalnom brzinom od $v_0 = \sqrt{\gamma M / (R + h)} \approx 7,78$ km/s, uzimajući u obzir gravitaciono polje Zemlje, kao i otpor atmosfere. Balistički koeficijent letelice je 250 kg/m², gustina atmosfere na površini Zemlje $\rho_0 = 1.23 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ a skala visina $8,5$ km.

- Koliki će biti životni vek ovog satelita?
- Kako mu se menjaju brzina i visina sa vremenom?
- Šta se dešava sa životnim vekom ako se gustina atmosfere udvostruči?
- Kako se menja moment količine kretanja u odnosu na geocentar?
- Kako se menja ukupna mehanička energija letelice?

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

M = 5.972e24 # masa Zemlje
R = 6.378e6 # radijus Zemlje
dan = 3600*24 # dan u sekundama
gama = 6.67e-11 # gravitaciona konstanta

# parametri atmosfere
ro0 = 1.2255 # gustina na površini Zemlje
H = 8500 # skala visina

BC = 250

# pocetni uslovi
h = 2e5 # pocetna visina
v0 = np.sqrt(gama*M/(R+h))
x = [R + h]
y = [0]
vx = [0]
vy = [v0]

L = [np.cross([x[-1], y[-1]], [vx[-1], vy[-1]])]
E = [-gama*M/(x[-1]**2+y[-1]**2)**0.5+(vx[-1]**2+vy[-1]**2)/2]

T=[0]
t = 0.
dt = 1.

while h >0:
    #print(h)

    h = (x[-1]**2 + y[-1]**2)**0.5 - R # trenutna visina
    ro = ro0 * np.exp(-h / H)

    t += dt
    T.append(t/dan)
    v = (vx[-1]**2 + vy[-1]**2)**0.5

    ax = -gama * M / (x[-1]**2 + y[-1]**2) ** (3 / 2) * x[-1] - ro / 2 / BC * v * vx[-1]
    ay = -gama * M / (x[-1]**2 + y[-1]**2) ** (3 / 2) * y[-1] - ro / 2 / BC * v * vy[-1]

    vx.append(vx[-1] + ax * dt)
    vy.append(vy[-1] + ay * dt)
```

```

x.append(x[-1] + vx[-1] * dt)
y.append(y[-1] + vy[-1] * dt)

L.append(np.cross([x[-1], y[-1]], [vx[-1], vy[-1]]))
E.append(-gama*M/(x[-1]**2+y[-1]**2)**0.5+(vx[-1]**2+vy[-1]**2)/2)

x = np.array(x)
y = np.array(y)

vx = np.array(vx)
vy = np.array(vy)

v=np.sqrt(vx**2+vy**2)
h=np.sqrt(x**2+y**2)-R

L=np.array(L)
E=np.array(E)

# a) zivotni vek
print(f'zivotni vek letelice: {t/dan} dana')

# b) zavisnost brzine i visine tokom vremena
plt.figure()
plt.title('zavisnost brzine i visine tokom vremena')
plt.plot(T, v, 'b')
plt.plot(T, h, 'r')
plt.show()

# d) moment kolicine kretanja tokom vremena
plt.figure()
plt.title('moment kolicine kretanja tokom vremena')
plt.plot(T, L, 'b')
plt.show()

# e) ukupna mehanicka energija letelice tokom vremena
plt.figure()
plt.title('ukupna mehanicka energija letelice tokom vremena')
plt.plot(T, E, 'b')
plt.show()

# putanja letelice
plt.figure()
plt.title('putanja letelice')
plt.plot(x/R,y/R)
#plt.xlim(-1.05, -0.95)
#plt.ylim(0, 0.1)
plt.show()

```

Zadaci koji se rešavaju analitički

1. Koji putnik će prvi stići do odredišta ako jedan putnik polovinu puta ide brzinom v_1 , a drugu polovinu brzinom v_2 , dok drugi putnik polovinu vremena ide brzinom v_1 , a drugu polovinu vremena brzinom v_2 ?

Rešenje: Drugi putnik (ili istovremeno ako važi $v_1 = v_2$).

2. Na kojoj visini će granata da udari u vertikalnu stenu koja se nalazi na udaljenosti 4km od topa? Granata se ispaljuje početnom brzinom $v_0 = 400\text{m/s}$ pod uglom $\alpha = 14^\circ$ u odnosu na tlo.

Rešenje: $H = 476,3 \text{ m}$

3. Pod kojim uglom je potrebno baciti telo da bi:

a) njegova najveća visina bila jednaka daljini mesta pada na horizontalnu ravan?

Rešenje: $\alpha = 75,96^\circ$

b) daljina mesta pada na horizontalnu ravan bila jednaka visini koju telo dostigne pri izbacivanju vertikalno u vis istom početnom brzinom?

Rešenje: $\alpha = 15^\circ$

4. Odrediti horizontalni domet hica ispaljenog brzinom v_0 pod uglom α koji se lansira sa padine pod uglom β .

Rešenje: $D = \frac{2v_0^2}{g} \cos^2 \alpha (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta)$

5. Telo se kreće uz strmu ravan pod uticajem konstantnog gravitacionog polja i sile trenja koeficijenta μ . U početnom trenutku telu je saopštena brzina v_0 uzlazno na strmu ravan. Odrediti put koji će telo preći uz strmu ravan do zaustavljanja.

Rešenje: $D = \frac{v_0^2}{2g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)}$