

Пробни писмени испит из Анализе 1 за И смер

1. Нека је низ $(a_n)_{n \geq 1}$ дат са $a_{n+1} = \frac{3+a_n}{2}$, $a_1 < 3$.

- а) Математичком индукцијом показати ограниченост низа $(a_n)_{n \geq 1}$.
- б) Испитати монотоност и извести закључак о конвергенцији датог низа.
- в) Одредити тачке нагомилавања низа $x_n = a_n \cos \frac{n\pi}{2}$.

2. Одредити следеће граничне вредности:

- а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \sqrt{3} + \sqrt{5} + \dots + \sqrt{2n-1}}{1 + \sqrt{7} + \sqrt{11} + \dots + \sqrt{6n+1}}$,
- б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - 2 \cos x + 1}{x^2}$.

3. Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \sqrt{\frac{x^3}{x-3}}$.

4. Одредити константе a и b тако да функција

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin ax}{3x} & x < 0 \\ \ln(1+2x)^{\frac{b}{x}} & 0 \leq x \leq \frac{e-1}{2} \\ \frac{b}{e-1}x & x > \frac{e-1}{2}. \end{cases}$$

буде непрекидна.

- [1] 5. Дата је квадратна функција $y = ax^2 + bx + c$. Одредити коефицијенте a, b и c тако да график садржи координатни почетак, да за $x = 2$ има тангенту паралелну x -оси и да њен график у тачки са апсцисом $x = 3$ има тангенту паралелну симетрали првог и трећег квадранта координатног система.