

APROKSIMACIJA FUNKCIJA

1. zadatak

Neka je funkcija f zadata tablično M -fajlom *tablica.m* koji generiše dva niza $X = [x_1, \dots, x_n]$ i $F = [f_1, \dots, f_n]$ (od kojih je prvi strogo rastući) za tu tablično zadatu funkciju. Tablica ne mora biti ekvidistantna.

- Napisati M -fajl *resi.m* sa funkcijom $resi(A, b)$ koja vraća rešenje k sistema jednačina $A^T A k = A^T b$ dobijeno korišćenjem metode LU dekompozicije.
- Napisati M -fajl *vredfunk.m* sa funkcijom $vredfunk(x, n)$ koja za unete argumente x i n vraća vrednost aproksimacije Φ reda n funkcije f u tački x korišćenjem metode najmanjih kvadrata.

Napomena: Aproksimacija Φ je reda n ako je oblika $\Phi(x) = a_0\Phi_0(x) + a_1\Phi_1(x) + \dots + a_n\Phi_n(x)$, gde su $\Phi_i(x) = x^i$, $i = 0, \dots, n$. Odrediti aproksimaciju Φ znači odrediti vektor koeficijenata $a = [a_0, \dots, a_n]$. Vektor a se dobija pozivanjem funkcije $resi(A, F)$, gde su koeficijenti matrice A dobijeni metodom najmanjih kvadrata.

2. zadatak

Neka je funkcija f zadata eksplicitno funkcijskim M -fajlom *funkcija.m*, a funkcija p zadata eksplicitno funkcijskim M -fajlom *tezina.m*.

- Napisati M -fajl *resi.m* sa funkcijom $resi(A, y)$ koja vraća rešenje x sistema jednačina $Ax = y$ dobijeno korišćenjem metode LU dekompozicije.
- Napisati M -fajl *polinom.m* sa funkcijom $polinom(a, b, n)$ koja za unete argumente a , b i n vraća vektor koeficijenata $c = [c_0, \dots, c_n]$ polinoma $P(x) = c_0 + c_1x + \dots + c_nx^n$ stepena n koji aproksimira funkciju f na intervalu $[a, b]$. Polinom P odrediti metodom srednjekvadratne aproksimacije u odnosu na skalarni proizvod $(u, v) = \int_a^b p(x)u(x)v(x)dx$.

Za odredjivanje vektora koeficijenata $P = [c_0, \dots, c_n]$ koristiti funkciju *resi.m*.

- Napisati M -fajl *vredfunk.m* sa funkcijom $vredfunk(x)$ koja za uneti argument x vraća vrednost polinoma P u toj tački.
- Napisati M -fajl *odstupanje.m* koji grafički prikazuje odstupanje konstruisanog polinoma P funkcije f na intervalu $[a, b]$.

Napomena: Menjajući tezinu funkciju $p(x)$ i crtajući odgovarajuće grafike treba uočiti uticaj tezinke funkcije na aproksimaciju ako je interval aproksimacije fiksiran.

3. zadatak

Neka je funkcija f zadata eksplicitno funkcijskim M -fajlom *funkcija.m*.

- Napisati M -fajl *polinom.m* sa funkcijom $polinom(n)$ koja za uneti argument x i n vraća vektor koeficijenata $c = [c_0, \dots, c_n]$ polinoma $P(x) = c_0 + c_1x + \dots + c_nx^n$ stepena n koji aproksimira funkciju f na intervalu $[-1, 1]$. Polinom P odrediti metodom srednjekvadratne aproksimacije u odnosu na skalarni proizvod $(u, v) = \int_{-1}^1 u(x)v(x)dx$.

Napomena: Za odredjivanje vektora polinoma $P = [c_0, \dots, c_n]$ koristiti Ležandrove polinome.

- Napisati M -fajl *vredfunk.m* sa funkcijom $vredfunk(x)$ koja za uneti argument x vraća vrednost polinoma P u toj tački.
- Napisati M -fajl *odstupanje.m* koji grafički prikazuje odstupanje konstruisanog polinoma P funkcije f na intervalu $[-1, 1]$.

4. zadatak

Neka je funkcija f zadata tablično M -fajlom *tablica.m* koji generiše dva niza $X = [x_1, \dots, x_n]$ i $F = [f_1, \dots, f_n]$ (od kojih je prvi strogo rastući) za tu tablično zadatu funkciju. Tablica ne mora biti ekvidistantna.

- Napisati M -fajl *aproksimacija.m* sa funkcijom $[a, b] = \text{aproksimacija}()$ koji korišćenjem vrednosti iz *tablica.m* određuje vrednosti parametara a i b za koje funkcija oblika $g(x) = ae^{bx}$ najbolje, u smislu metode najmanjih kvadrata, aproksimira funkciju f zadatu tablicom.
- Napisati M -fajl *vredfunk.m* sa funkcijom $\text{vredfunk}(x)$ koja za uneti argument x vraća vrednost funkcije $g(x) = ae^{bx}$ u toj tački.

5. zadatak

Neka je periodična funkcija f zadata tablično M -fajlom *tablica.m* koji generiše dva niza $X = [x_1, \dots, x_n]$ i $F = [f_1, \dots, f_n]$ (od kojih je prvi strogo rastući) za tu tablično zadatu funkciju. Tablica ne mora biti ekvidistantna.

- Napisati M -fajl *aproksimacija.m* sa funkcijom $[a, b] = \text{aproksimacija}()$ koji korišćenjem vrednosti iz *tablica.m* određuje vrednosti parametara a i b za koje funkcija oblika $g(x) = a + b \sin x$ najbolje, u smislu metode najmanjih kvadrata, aproksimira funkciju f zadatu tablicom.
- Napisati M -fajl *vredfunk.m* sa funkcijom $\text{vredfunk}(x)$ koja za uneti argument x vraća vrednost funkcije $g(x)$ u toj tački.

6. zadatak

Neka je funkcija $f(x)$ zadata eksplicitno funkcijskim M -fajlom *funkcija.m*.

- Napisati M -fajl *OrtPol.m* sa funkcijom $\text{OrtPol}(a, b, n)$ koja za unete argumente a , b i n vraća vektore koeficijenata polinoma $P_i(x)$, $i = 0, 1, \dots, n$ stepena $i = 0, 1, \dots, n$ koji su ortogonalni na na intervalu $[a, b]$ u odnosu na skalarni proizvod $(u, v) = \int_a^b u(x)v(x)dx$.
- Napisati M -fajl *aproksimacija.m* sa funkcijom $\text{aproksimacija}(a, b, n)$ koja za unete argumente a , b i n vraća vektor koeficijenata $a = [a_0, \dots, a_n]$ linearne kombinacije polinoma $P_i(x)$, $i = 0, 1, \dots, n$, tj. $P(x) = a_0P_0(x) + a_1P_1(x) + \dots + a_nP_n(x)$ kojom se aproksimira funkciju f na intervalu $[a, b]$.
- Napisati M -fajl *vredfunk.m* sa funkcijom $\text{vredfunk}(x)$ koja za uneti argument x vraća vrednost aproksimacije P u toj tački.
- Napisati M -fajl *odstupanje.m* koji grafički prikazuje odstupanje konstruisane aproksimacije P funkcije f na fiksiranom intervalu $[a, b]$ u zavisnosti od n .

Napomena: Menjajući vrednosti za n i crtajući odgovarajuće grafike treba uočiti uticaj reda aproksimacije n na grešku aproksimacije ako je interval aproksimacije $[a, b]$ fiksiran.

7. zadatak

Neka je $a)f = |x|$ $b)f = \arcsin x$ zadata eksplicitno funkcijskim M -fajlom *funkcija.m*. Neka je težinska funkcija $p(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ zadata funkcijskim M -fajlom *tezina.m*.

- Napisati M -fajl *polinom.m* sa funkcijom $\text{polinom}(m)$ koja za uneti argument x i n vraća vektor koeficijenata $c = [c_0, \dots, c_m]$ polinoma $T(x) = c_0 + c_1x + \dots + c_mx^m$ stepena m koji aproksimira funkciju f na intervalu $[-1, 1]$ u odnosu na skalarni proizvod definisan sa težinskom funkcijom $p(x)$.
- Napisati M -fajl *vredfunk.m* sa funkcijom $\text{vredfunk}(x)$ koja za uneti argument x vraća vrednost polinoma T u toj tački.
- Napisati M -fajl *odstupanje.m* koji grafički prikazuje odstupanje konstruisane aproksimacije T funkcije f na fiksiranom intervalu $[-1, 1]$ u zavisnosti od m .

Napomena: Menjajući vrednosti za n i crtajući odgovarajuće grafike treba uočiti uticaj reda aproksimacije n na grešku aproksimacije.