

INTERPOLACIJA FUNKCIJA VIŠE PROMENLJIVIH

1. zadatak

Neka je funkcija $f(x, y)$ zadata tablično M -fajlom *tablica.m* koji generiše dva niza $X = [x_0, \dots, x_n]$ i $Y = [y_0, \dots, y_m]$ koji su strogo rastući, kao i matricu $F = [f_{ij}]$ dimenzije $(n+1) \times (m+1)$ čiji su elementi $f_{ij} = f(x_i, y_j)$, $i = 0, \dots, n$, $j = 0, \dots, m$. Nizovi X i Y su ekvidistantni, tj. $x_{i+1} - x_i = h_x$ i $y_{j+1} - y_j = h_y$, $i = 0, \dots, n$, $j = 0, \dots, m$.

- Napisati M -fajl *konacnerazlike.m* koji, korišćenjem nizova X , Y i matrice F iz *tablica.m*, formira dva niza matrica konačnih razlika $FX = [FX_0, \dots, FX_n]$ i $FY = [FY_0, \dots, FY_m]$. FX_i i FY_j predstavljaju tablice konačnih razlika funkcija $f(x_i, y)$, $i = 0, \dots, n$ i $f(x, y_j)$, $j = 0, \dots, m$ respektivno.
- Napisati M -fajl *vredfunk.m* sa funkcijom *vredfunk(x, y, k)* koja za unete argumente x , y i k vraća vrednost interpolacionog polinoma reda k funkcije f u tački (x, y) korišćenjem vrednosti iz tablica konačnih razlika FX_i i FY_j . Napomena: Interpolacioni polinom funkcije dve promenljive je reda k ako se za konstruisanje datog interpolacionog polinoma koriste konačne razlike zaključno sa redom k , tj. $\Delta^{p+q} f_{ij}$, $0 \leq p, q \leq k$ i $p + q = k$.

2. zadatak

Neka je funkcija $f(x, y)$ zadata tablično M -fajlom *tablica.m* koji generiše dva niza $X = [x_0, \dots, x_n]$ i $Y = [y_0, \dots, y_n]$ koji su strogo rastući, kao i trougaonu matricu $F = [f_{ij}]$ dimenzije $(n+1) \times (n+1)$ čiji su elementi $f_{ij} = f(x_i, y_j)$, $i = 0, \dots, n$, $j = 0, \dots, n$, $0 \leq i + j \leq n$. Nizovi X i Y ne moraju biti ekvidistantni.

- Napisati M -fajl *vredfunk.m* sa funkcijom $P = \text{vredfunk}(k)$ koja za uneti argument k , $k \leq n$ vraća matricu koeficijenata c_{ij} interpolacionog polinoma $P_k(x, y)$ reda k koji aproksimira funkciju $f(x, y)$, a dobijen je korišćenjem vrednosti iz *tablica.m*. Napomena: Interpolacioni polinom $P_k(x, y)$ funkcije dve promenljive reda k je oblika $P_k(x, y) = \sum_{r=0}^k \sum_{i,j:i+j=r} c_{ij} x^i y^j$. Koeficijente polinoma tražiti kao rešenja sistema linearnih jednačina $f(x_i, y_j) = P_k(x_i, y_j)$ odgovarajućeg reda. Dobijeni sistem linearnih jednačina rešiti metodom LU dekompozicije.
- Napisati M -fajl *vredfunk.m* sa funkcijom *vredfunk(x, y, k)* koja za unete argumente x , y i k vraća vrednost interpolacionog polinoma $P_k(x, y)$ reda k funkcije f u tački (x, y) .

3. zadatak

Neka je funkcija $f(x, y)$ zadata tablično M -fajlom *tablica.m* koji generiše dva niza $X = [x_0, \dots, x_n]$ i $Y = [y_0, \dots, y_n]$ koji su strogo rastući, kao i trougaonu matricu $F = [f_{ij}]$ dimenzije $(n+1) \times (n+1)$ čiji su elementi $f_{ij} = f(x_i, y_j)$, $i = 0, \dots, n$, $j = 0, \dots, n$, $0 \leq i + j \leq n$. Nizovi X i Y ne moraju biti ekvidistantni.

- Napisati M -fajl *podeljenerezlike.m* koji, korišćenjem nizova X , Y i matrice F iz *tablica.m*, formira matricu podeljenih razlika $Pij = f[x_0, \dots, x_i; y_0, \dots, y_j]$, $i = 0, \dots, n$, $j = 0, \dots, n$, $0 \leq i + j \leq n$.
- Napisati M -fajl *vredfunk.m* sa funkcijom $L = \text{vredfunk}(k, x)$ koja za unete argumente k , $k \leq n$ i x vraća vrednost interpolacionog polinoma sa podeljenim razlikama $P_k(x, y)$ reda k funkcije f u tački (x, y) . Napomena: Kažemo da je interpolacioni polinom sa podeljenim razlikama $P_k(x, y)$ reda k ukoliko se za njegovu konstrukciju koriste podeljene razlike zaključno sa redom k , tj. $Pij = f[x_0, \dots, x_i; y_0, \dots, y_j]$, $0 \leq i + j \leq k$.

4. zadatak

Neka je funkcija $f(x, y)$ zadata tablično M -fajlom *tablica.m* koji generiše dva niza $X = [x_0, \dots, x_n]$ i $Y = [y_0, \dots, y_m]$ koji su strogo rastući, kao i matricu $F = [f_{ij}]$ dimenzije $(n+1) \times (m+1)$ čiji su elementi $f_{ij} = f(x_i, y_j)$, $i = 0, \dots, n$, $j = 0, \dots, m$. Nizovi X i Y su ekvidistantni, tj. $x_{i+1} - x_i = h_x$ i $y_{j+1} - y_j = h_y$, $i = 0, \dots, n$, $j = 0, \dots, m$.

- Napisati M -fajl *konacnerazlike.m* koji, korišćenjem nizova X, Y i matrice F iz *tablica.m*, formira dva niza matrica konačnih razlika $F_X = [FX_0, \dots, FX_n]$ i $F_Y = [FY_0, \dots, FY_n]$. FX_i i FY_j predstavljaju tablice konačnih razlika funkcija $f(x_i, y)$, $i = 0, \dots, n$ i $f(x, y_j)$, $j = 0, \dots, n$ respektivno.
- Napisati M -fajl *prviizvod.m* sa funkcijom $zx = prviizvod(x, y, k)$ koja za unete argumente x, y i k vraća približnu vrednost zx parcijalnog izvoda prvog reda po promenljivoj x . Vrednost zx računati korišćenjem odgovarajućeg izvoda interpolacionog polinoma sa konačnim razlikama reda k funkcije f u tački (x, y) .
- Napisati M -fajl *drugiizvod.m* sa funkcijom $zyy = drugiizvod(x, y, k)$ koja za unete argumente x, y i k vraća približnu vrednost zyy parcijalnog izvoda drugog reda po promenljivoj y . Vrednost zyy računati korišćenjem odgovarajućeg izvoda interpolacionog polinoma sa konačnim razlikama reda k funkcije f u tački (x, y) .

5. zadatak

Neka je funkcija $z = f(x, y)$ zadata eksplicitno u M -fajlu *funkcija.m*

- Napisati M -fajl *trapez.m* sa funkcijom $It = trapez(a, b, c, d, n, m)$ koja za unete argumente a, b, c, d, n i m vraća približnu vrednost dvostrukog integrala $I = \int_a^b \int_c^d f(x, y) dx dy$ dobijenog primenom opšte kubatorne formule trapeza koja je izvedena korišćenjem mreže čvorova (x_i, y_j) , $i = 0, \dots, n, j = 0, \dots, m$ dobijenih deljenjem intervala $[a, b]$ na n podintervala, a intervala $[c, d]$ na m podintervala.
- Napisati M -fajl *pravougaonik.m* sa funkcijom $Ip = pravougaonik(a, b, c, d, n, m)$ koja za unete argumente a, b, c, d, n i m vraća približnu vrednost dvostrukog integrala $I = \int_a^b \int_c^d f(x, y) dx dy$ dobijenog primenom opšte kubatorne formule pravougaonika koja je izvedena korišćenjem mreže čvorova (x_i, y_j) , $i = 0, \dots, n, j = 0, \dots, m$ dobijenih deljenjem intervala $[a, b]$ na n podintervala, a intervala $[c, d]$ na m podintervala.
- Uporediti dobijene rezultate It, Ip sa rezultatom dobijenim preko ugradjene f-je Matlaba za računanje dvostrukog integrala $I = \int_a^b \int_c^d f(x, y) dx dy$, kao i rezultat dobijen pomoću symbolic toolbox-a.