

# INTERPOLACIJA - Hermit i splajn

## 1. zadatak

Neka je funkcija  $f$  zadana tablično  $M$ -fajlom *tablica.m* koji generiše tri niza  $X = [x_1, \dots, x_n]$  i  $F = [f_1, \dots, f_n]$  i  $FP = [fp_1, \dots, fp_n]$  (od kojih je prvi strogo rastući) za tu tablično zadatu funkciju. Tablica ne mora biti ekvidistantna. (prvi niz predstavljaju cvorovi, drugi vrednosti funkcije u cvorovima, a treći vrednosti prvog izvoda u cvorovima)

- Napisati  $M$ -fajl *Hermit.m* u kom se na osnovu zadate tablice konstruiše Hermitov interpolacioni polinom  $H$ , korišćenjem svih vrednosti iz tablice. Napomena: koristiti formulu (3) sa 79. strane Zoliceve knjige. Potrebno je odrediti koeficijente polinoma!
- Napisati  $M$ -fajl *vredfunk.m* sa funkcijom *vredfunk(x)* koja za uneti argument  $x$  vraća vrednost Hermitovog interpolacionog polinoma u toj tački.

## 2. zadatak

Neka je funkcija  $f$  zadana tablično  $M$ -fajlom *tablica.m* koji generiše matricu  $A$  formata  $(k+2) \times n$  čije su vrste nizovi redom:  $X = [x_1, \dots, x_n]$  i  $F = [f_1, \dots, f_n]$  i  $F1 = [f11, \dots, f1n]$ ,  $F2 = [f21, \dots, f2n]$ , ...,  $Fk = [fk1, \dots, fkn]$ , od kojih je prvi niz strogo rastući. Prvi niz predstavljaju cvorovi, drugi vrednosti funkcije u cvorovima, treći vrednosti prvog izvoda funkcije u cvorovima, ..., poslednji niz su vrednosti  $k - tog$  izvoda funkcije u cvorovima.

- Napisati  $M$ -fajl *podelgenerazlike.m* koji korišćenjem matrice  $A$  iz *tablica.m* pravi odgovarajuću tablicu podeljenih razlika.
- Napisati  $M$ -fajl *Hermit.m* u kom se na osnovu zadate tablice konstruiše Hermitov interpolacioni polinom  $H$ , korišćenjem svih vrednosti iz tablice. Napomena: koristiti formulu sa podeljenim razlikama iz Desine knjige. Potrebno je odrediti koeficijente polinoma!
- Napisati  $M$ -fajl *vredfunk.m* sa funkcijom *vredfunk(x)* koja za uneti argument  $x$  vraća vrednost Hermitovog interpolacionog polinoma u toj tački.

## 3. zadatak

Neka je funkcija  $f$  zadana tablično  $M$ -fajlom *tablica.m* koji generiše dva niza  $X = [x_0, \dots, x_n]$  i  $F = [f_0, \dots, f_n]$  od kojih je prvi strogo rastući za tu tablično zadatu funkciju. Tablica ne mora biti ekvidistantna. Prvi niz predstavljaju cvorovi, drugi vrednosti funkcije u cvorovima.

- Napisati  $M$ -fajl *matrica.m* sa funkcijom *matrica(k)* koja formira kvadratnu matricu  $A$  dimenzije  $4n \times 4n$  i vektor  $b$  čiji su koeficijenti  $A_{ij}$ , odnosno  $b_i$  koeficijenti sistema jednačina:  $S_{i3}(x_{i-1}) = f_{i-1}$ ,  $i = 1, \dots, n$ ,  $S_{i3}(x_i) = f_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ ,  $S'_{i3}(x_i) = S'_{i+1,3}(x_i)$ ,  $i = 1, \dots, n-1$ ,  $S''_{i3}(x_i) = S''_{i+1,3}(x_i)$ ,  $i = 1, \dots, n-1$ ,  $S'_{13}(x_0) = 0$ ,  $S''_{n3}(x_n) = 0$ . Napomena:  $A_{ij}$  su koeficijenti matrice sistema, a  $b_i$  koeficijenti vektor slobodnog člana,  $S_{i3} = a_{i0} + a_{i1}x + a_{i2}x^2 + a_{i3}x^3$ ,  $i = 1, \dots, n$ .
- Napisati  $M$ -fajl *resi.m* sa funkcijom *resi(A,b)* koja vraća rešenje  $x$  sistema jednačina  $Ax = b$  dobijemo korišćenjem metode  $LU$  dekompozicije.
- Napisati  $M$ -fajl *Splajn.m* u kom se na osnovu zadate tablice iz *tablica.m* konstruiše kubni splajn  $S = [S_{13}, S_{23}, \dots, S_{n3}]$ . Napomena:  $S_{i3}$  je vektor koeficijenata polinoma trećeg stepena koji aproksimira funkciju na  $i - tom$  segmentu  $[x_{i-1}, x_i]$ .
- Napisati  $M$ -fajl *vredfunk.m* sa funkcijom *vredfunk(x)* koja za uneti argument  $x$  vraća vrednost splajna  $S$  u toj tački.

## 4. zadatak

Neka je funkcija  $f$  zadana tablično  $M$ -fajlom *tablica.m* koji generiše tri niza  $X = [x_0, \dots, x_n]$ ,  $F = [f_0, \dots, f_n]$ ,  $F' = [f'_0, \dots, f'_n]$  od kojih je prvi strogo rastući za tu tablično zadatu funkciju. Tablica ne mora biti ekvidistantna. Prvi niz predstavljaju cvorovi, drugi vrednosti funkcije u cvorovima, a treći vrednosti prvog izvoda u čvorovima.

- Napisati  $M$ -fajl *Splajn1.m* u kom se na osnovu zadatih tablica iz *tablica.m* konstruiše linearni splajn  $S = [S_{11}, S_{21}, \dots, S_{n1}]$ ,  $S_{i1}(x) = a_{i0} + a_{i1}x$ ,  $i = 1, \dots, n$  Napomena:  $S_{i1}$  je vektor koeficijenata polinoma prvog stepena stepena koji aproksimira funkciju na  $i$ -tom segmentu  $[x_{i-1}, x_i]$ ,  $i = 1, \dots, n$ .
- Napisati  $M$ -fajl *Splajn2.m* u kom se na osnovu zadatih tablica iz *tablica.m* konstruiše kvadratni splajn  $P = [P_{12}, P_{22}, \dots, P_{n2}]$ ,  $P_{i2}(x) = b_{i0} + b_{i1}x + b_{i2}x^2$ ,  $i = 1, \dots, n$  Napomena:  $P_{i2}$  je vektor koeficijenata polinoma drugog stepena stepena koji aproksimira funkciju na  $i$ -tom segmentu  $[x_{i-1}, x_i]$ ,  $i = 1, \dots, n$ .
- Napisati  $M$ -fajl *Lagranz.m* u kom se konstruiše Lagranžov interpolacioni polinom  $L = [l_n, l_{n-1}, \dots, l_0]$ ,  $L(x) = l_0 + l_1x + l_nx^n$  maksimalnog stepena, dobijen na osnovu tablica iz *tablica.m*.
- Napisati  $M$ -fajl *vredfunk.m* sa funkcijom  $[s, p, l] = vredfunk(x)$  koja za uneti argument  $x$  vraća približnu vrednost funkcije u tački  $x$  određenu pomoću splajnova  $S$  i  $P$  u toj tački, tj.  $s = S(x)$ ,  $p = P(x)$  i Lagranžovog interpolacionog polinoma u tački  $x$ , tj.  $l = L(x)$ .