

Кратак приручник за читање таблица

§ СТАНДАРДНА НОРМАЛНА РАСПОДЕЛА

Функција расподеле: $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

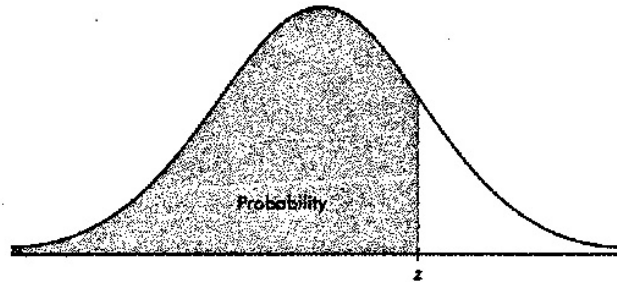


TABLE A: STANDARD NORMAL PROBABILITIES (CONTINUED)

| z | .00 | .01 | .02 | .03 | .04 | .05 | .06 | .07 | .08 | .09 |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0.0 | .5000 | .5040 | .5080 | .5120 | .5160 | .5199 | .5239 | .5279 | .5319 | .5359 |
| 0.1 | .5398 | .5438 | .5478 | .5517 | .5557 | .5596 | .5636 | .5675 | .5714 | .5753 |
| 0.2 | .5793 | .5832 | .5871 | .5910 | .5948 | .5987 | .6026 | .6064 | .6103 | .6141 |
| 0.3 | .6179 | .6217 | .6255 | .6293 | .6331 | .6368 | .6406 | .6443 | .6480 | .6517 |
| 0.4 | .6554 | .6591 | .6628 | .6664 | .6700 | .6736 | .6772 | .6808 | .6844 | .6879 |
| 0.5 | .6915 | .6950 | .6985 | .7019 | .7054 | .7088 | .7123 | .7157 | .7190 | .7224 |
| 0.6 | .7257 | .7291 | .7324 | .7357 | .7389 | .7422 | .7454 | .7486 | .7517 | .7549 |

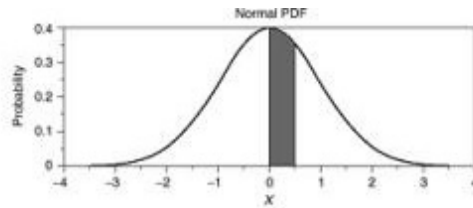
Слика 1: Део таблице стандардне нормалне расподеле

Читање:

- $x > 0$: $\Phi(x)$ је вредност из таблице
- $x < 0$: $\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$
- $x > 4$: $\Phi(x) = 1$
- $\alpha > 0.5$: $\Phi^{-1}(\alpha)$ нађе се најближа вредност у табlici и погледа којој вредности x -а она одговара; ако су две вредности подједнако блиске онда се узима њихова аритметичка средина
- $\alpha < 0.5$: $\Phi^{-1}(\alpha) = -\Phi^{-1}(1 - \alpha)$

Примери:

1. $P\{X < 1.5\} = \Phi(1.5) = 0.9332$
2. $P\{X < -1.5\} = \Phi(-1.5) = 1 - \Phi(1.5) = 0.0668$
3. $P\{X < x\} = 0.4 \Rightarrow x = -\Phi^{-1}(1 - 0.4) = -\frac{0.25+0.26}{2} = -0.255$
4. $P\{X < x\} = 0.9 \Rightarrow x = \Phi^{-1}(0.9) = 1.28^1$



Area under the Normal Curve from 0 to X

| X | 0.00 | 0.01 | 0.02 | 0.03 | 0.04 | 0.05 | 0.06 | 0.07 | 0.08 | 0.09 |
|-----|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 0.0 | 0.00000 | 0.00399 | 0.00798 | 0.01197 | 0.01595 | 0.01994 | 0.02392 | 0.02790 | 0.03188 | 0.03586 |
| 0.1 | 0.03983 | 0.04380 | 0.04776 | 0.05172 | 0.05567 | 0.05962 | 0.06356 | 0.06749 | 0.07142 | 0.07535 |
| 0.2 | 0.07926 | 0.08317 | 0.08706 | 0.09095 | 0.09483 | 0.09871 | 0.10257 | 0.10642 | 0.11026 | 0.11409 |
| 0.3 | 0.11791 | 0.12172 | 0.12552 | 0.12930 | 0.13307 | 0.13683 | 0.14058 | 0.14431 | 0.14803 | 0.15173 |
| 0.4 | 0.15542 | 0.15910 | 0.16276 | 0.16640 | 0.17003 | 0.17364 | 0.17724 | 0.18082 | 0.18439 | 0.18793 |

Слика 2: Део таблице (половине) стандардне нормалне расподеле

Таблице које су коришће на вежбама одговарају функцији: $F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

Читање:

- $x > 0$: $\Phi(x) = 0.5 + \text{вредност из таблице}$
- $x < 0$: $\Phi(x) = 0.5 - \Phi(-x)$
- $\alpha > 0.5$: $\Phi^{-1}(\alpha - 0.5)$ нађе се најближа вредност у табlici и погледа којој вредности x —а она одговара; ако су две вредности подједнако блиске онда се узима њихова аритметичка средина
- $\alpha < 0.5$: $\Phi^{-1}(\alpha) = -\Phi^{-1}(0.5 - \alpha)$

Примери:

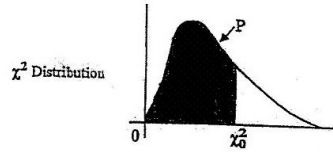
1. $P\{X < 1.5\} = \Phi(1.5) = 0.5 + 0.43319 = 0.93319$
2. $P\{X < -1.5\} = \Phi(-1.5) = 0.5 - \Phi(1.5) = 0.5 - 0.43319 = 0.06681$
3. $P\{X < x\} = 0.4 \Rightarrow x = -\Phi^{-1}(0.5 - 0.4) = -\frac{0.25+0.26}{2} = -0.255$
4. $P\{X < x\} = 0.9 \Rightarrow x = \Phi^{-1}(0.9 - 0.5) = 1.28$

Напомена: Први пример (па и читање таблица) је рађен као да се подразумева да је доња граница за вредности од X једнака $-\infty$. Ако је у задатку потребно одредити $P\{0 < X < 1.5\}$ онда би се само читала вредност из друге табlice, односно вредност је 0.43319. Ако се у задатку тражи да се одреди $P\{a < X < b\}$ свеједно је на који од ова два начина ће се читати таблица са часа, јер је у ствари потребно одредити $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{-\frac{t^2}{2}} dt$.

¹Није грешка ни узети средњу вредност од 1.28 и 1.29

§ ХИ-КВАДРАТ РАСПОДЕЛА

Функција расподеле за $X \in \chi_n^2 : F(x) = \int_0^x \frac{t^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{t}{2}}}{2^{\frac{n}{2}} \Gamma(\frac{n}{2})} dt, x \geq 0^2$



The table below gives the value χ_0^2 for which $P[x^2 < \chi_0^2] = P$ for a given number of degrees of freedom and a given value of P.

| Degrees of Freedom | Values of P | | | | | | | | | |
|--------------------|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|
| | 0.005 | 0.010 | 0.025 | 0.050 | 0.100 | 0.900 | 0.950 | 0.975 | 0.990 | 0.995 |
| 1 | --- | --- | 0.001 | 0.004 | 0.016 | 2.706 | 3.841 | 5.024 | 6.635 | 7.879 |
| 2 | 0.01 | 0.020 | 0.051 | 0.103 | 0.211 | 4.605 | 5.991 | 7.378 | 9.210 | 10.597 |
| 3 | 0.072 | 0.115 | 0.216 | 0.352 | 0.584 | 6.251 | 7.815 | 9.348 | 11.345 | 12.838 |
| 4 | 0.207 | 0.297 | 0.484 | 0.711 | 1.064 | 7.779 | 9.488 | 11.143 | 13.277 | 14.860 |

Слика 3: Део таблице хи-квадрат расподеле - инверзна функција

Читање:

- $n \leq 30$ и $P\{X \leq x\} = P$: x је вредност из таблице за одговарајући број степени слободне и одговарајуће P
- $n \leq 30$ и $P\{X > x\} = P$: x је вредност из таблице за одговарајући број степени слободне и одговарајуће $1 - P$
- $n > 30$: апроксимира се нормалном расподелом

Примери:

1. $P\{X \leq x\} = 0.1$ и $X \in \chi_2^2 \Rightarrow x = 0.211$
2. $P\{X > x\} = 0.1$ и $X \in \chi_2^2 \Rightarrow 1 - P\{X \leq x\} = 0.1 \Rightarrow P\{X \leq x\} = 0.9 \Rightarrow x = 4.605$

Таблице које су коришће на вежбама одговарају вероватноћи: $P\{\chi_n^2 > \chi_{n;\alpha}^2\} = \alpha$

Value of $\chi_{n;\alpha}^2$ such that $\text{Prob}[\chi_n^2 > \chi_{n;\alpha}^2] = \alpha$

| n | 0.995 | 0.990 | 0.975 | 0.950 | 0.900 | 0.10 | 0.05 | 0.025 | 0.010 | 0.005 |
|-----|----------|---------|---------|--------|--------|------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 0.000039 | 0.00016 | 0.00098 | 0.0039 | 0.0158 | 2.71 | 3.84 | 5.02 | 6.63 | 7.88 |
| 2 | 0.0100 | 0.0201 | 0.0506 | 0.103 | 0.211 | 4.61 | 5.99 | 7.38 | 9.21 | 10.60 |
| 3 | 0.0717 | 0.115 | 0.216 | 0.352 | 0.584 | 6.25 | 7.81 | 9.35 | 11.34 | 12.84 |
| 4 | 0.207 | 0.297 | 0.484 | 0.711 | 1.06 | 7.78 | 9.49 | 11.14 | 13.28 | 14.86 |
| 5 | 0.412 | 0.554 | 0.831 | 1.15 | 1.61 | 9.24 | 11.07 | 12.83 | 15.09 | 16.75 |

Слика 4: Део таблице хи-квадрат расподеле - инверзна функција

²Код хи-квадрат расподеле за потребе задатака нам треба инверзна функција расподеле, односно треба нам x за одређене n и P где је $P\{X \leq x\} = P$

Читање:

- $n \leq 30$ и $P\{X > x\} = \alpha$: x је вредност из таблице за одговарајући број степени слободe и одговарајуће P
- $n \leq 30$ и $P\{X \leq x\} = \alpha$: x је вредност из таблице за одговарајући број степени слободe и одговарајуће $1 - \alpha$
- $n > 30$: апроксимира се нормалном расподелом

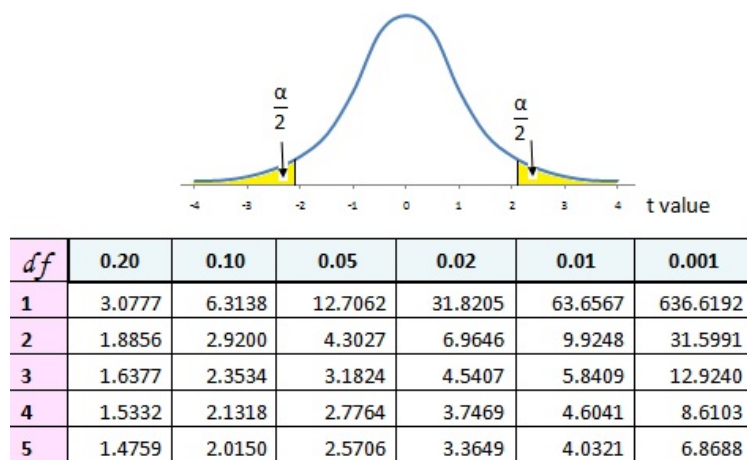
Примери:

1. $P\{X > x\} = 0.1$ и $X \in \chi_2^2 \Rightarrow x = 4.61$
2. $P\{X \leq x\} = 0.1$ и $X \in \chi_2^2 \Rightarrow 1 - P\{X > x\} = 0.1 \Rightarrow P\{X > x\} = 0.9 \Rightarrow x = 0.211$

§ СТУДЕНТОВА РАСПОДЕЛА

Функција расподеле за $X \in t_n$: $F(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{n\pi}} \frac{\Gamma(\frac{n+1}{2})}{\Gamma(\frac{n}{2})} (1 + \frac{t^2}{n})^{-\frac{n+1}{2}} dt, x \geq 0^3$

Student's t Distribution Table



Слика 5: Део таблице Студентове расподеле - инверзна функција

Читање:

- $n \leq 30$ и $P\{|X| > x\} = \alpha$: x је вредност из таблице за одговарајући број степени слободe и одговарајуће α
- $n \leq 30$ и $P\{|X| \leq x\} = \alpha$: x је вредност из таблице за одговарајући број степени слободe и одговарајуће $1 - \alpha$
- $n > 30$: апроксимира се нормалном расподелом

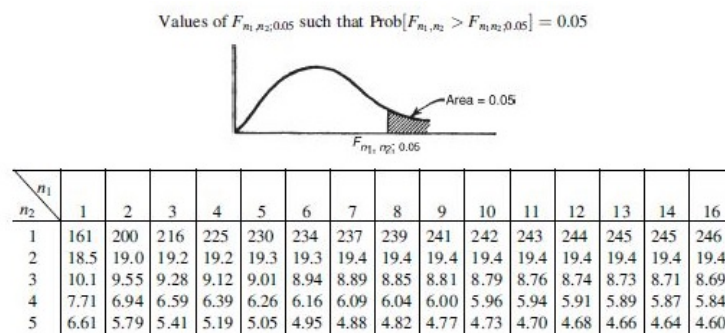
³Код Студентове расподеле за потребе задатака нам треба инверзна функција расподеле, односно треба нам x за одређене n и α где је $P\{X \leq x\} = \alpha$

Примери:

1. $P\{|X| > x\} = 0.1$ и $X \in t_2 \Rightarrow x = 2.92$
2. $P\{|X| \leq x\} = 0.1$ и $X \in t_2 \Rightarrow 1 - P\{|X| > x\} = 0.1 \Rightarrow P\{|X| > x\} = 0.9 \Rightarrow x = 0.142^4$
3. $P\{X > x\} = 0.1$ и $X \in t_2 \Rightarrow x = 1.886$ јер се чита вредност из таблице која одговара 2α
4. $P\{X < x\} = 0.1$ и $X \in t_2 \Rightarrow x = -1.886$ због симетрије расподеле

§ ФИШЕРОВА РАСПОДЕЛА

Расподеле за $X \in F_{n_1, n_2} : F(x) = P\{X \leq x\}, x \geq 0^5$



Слика 6: Део таблице Фишерове расподеле - инверзна функција

Читање:

- $n \leq 30$ и $P\{X > x\} = \alpha$: x је вредност из таблице за одговарајући број степени слободе и одговарајуће α
- $n \leq 30$ и $P\{X \leq x\} = \alpha$: x је вредност из таблице за одговарајући број степени слободе и одговарајуће $1 - \alpha$
- $n > 30$: апроксимира се нормалном расподелом

Примери:

1. $P\{X > x\} = 0.05$ и $X \in F_{2,3} \Rightarrow x = 9.55$
2. $P\{X \leq x\} = 0.05$ и $X \in F_{2,3} \Rightarrow 1 - P\{X > x\} = 0.1$

$$\Rightarrow P\{X > x\} = 0.95$$

$$\Rightarrow P\{\frac{1}{X} < \frac{1}{x}\} = 0.95 \text{ и } \frac{1}{X} \in F_{3,2}$$

$$\Rightarrow 1 - P\{\frac{1}{X} \geq \frac{1}{x}\} = 0.95$$

$$\Rightarrow P\{\frac{1}{X} \geq \frac{1}{x}\} = 0.05$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} = 19.2$$

$$\Rightarrow x = 0.052$$

⁴Оно што се може закључити из таблице коришћене на часу је да је $x < 0.289$, јер како α расте x опада за исти број степени слободе

⁵Код Фишерове расподеле за потребе задатака нам треба инверзна функција расподеле, односно треба нам x за одређене n_1, n_2 и α где је $P\{X \leq x\} = \alpha$