

1. а) [11] Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = \frac{x \ln x}{3 \ln x - 1}.$$

- 6) [2] Ако је n нормала на график функције f у тачки чија је x координата 1, одредити број пресечних тачака праве n и графика функције f .

2. а) [4] Израчунати интеграл

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}}$$

- 6) [8] Израчунати интеграл

$$\int_0^1 \frac{dx}{1 + \sqrt{x} + \sqrt{x+1}}.$$

3. [12] Наћи све $x \in \mathbb{R}$ за које ред

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(2n)!! e^n}{(2n-1)^{n+e}} (x+1)^n$$

конвергира.

4. а) [3] Доказати да је $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{1-\frac{1}{\sqrt{n}}}^1 \frac{x^{n+1}}{1+x^2} dx = 0$.

- б) [3] Наћи $\lim_{n \rightarrow \infty} (n+1) \int_{1-\frac{1}{\sqrt{n}}}^1 x^n \operatorname{arctg} x dx$.

- в) [2] Нека је $a_n = \int_{1-\frac{1}{\sqrt{n}}}^1 x^n \operatorname{arctg} x dx$. Наћи позитивну константу c тако да је $a_n \sim \frac{c}{n}$, кад $n \rightarrow +\infty$.

- г) [2] Доказати да је a_n опадајући низ.

- д) [3] Испитати конвергенцију редова $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ и $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n a_n$.

Напомена: У угластим заградама је наведено колико сваки део задатка носи поена. Време за израду задатака је 180 минута.