1 Sabiranje i oduzimanje brojeva zapisanih u *binary32* formatu

1.1 Zadaci

1. Izračunati zbir: $1\ 10000110\ 1011110101\underbrace{00\ldots00}_{13} + 1\ 10000101\ 101111001\underbrace{00\ldots00}_{14}$
prema pravilima za sabiranje brojeva u *binary32* formatu i rezultat prevesti u dekadni sistem.

Rešenje:

brojevi su istog znaka pa je to i znak rezultata
bit za znak: 1

eksponent rezultata odgovara većem od zadatih eksponenata
eksponent: $(10000110)_2$

frakcija:
1. brojeve svodimo na isti eksponent (manji eksponent se uvećava)
razlika eksponenata je 1 pa se bitovi frakcije drugog sabirka pomeraju udesno za jedno mesto, tj. decimalna tačka se pomera ulevo i frakcija postaje: $1.101111001 \rightarrow 0.1101111001$
2. pošto su brojevi istog znaka, frakcija rezultata je zbir zadatih frakcija:
$1.1011110101 + 0.1101111001 = 10.1001101110$
potrebno je izvršiti normalizaciju:
$(10.1001101110)_2 = (1.01001101110)_2 \cdot 2^1$ pa frakcija postaje $(1.01001101110)_2$, a vrednost eksponenta uvećavamo za 1: $(10000110)_2 + 1 = (10000111)_2$

konačan zapis: $1\ 10000111\ 01001101110\underbrace{00\ldots00}_{12}$

dekadna vrednost: $-(1.01001101110)_2 \cdot 2^8 = -(101001101.11)_2 = -333.75$

2. Izračunati razliku: $0\ 10000010\ 10011\underbrace{00\ldots00}_{18} - 1\ 10000001\ 1011\underbrace{00\ldots00}_{19}$
prema pravilima za oduzimanje brojeva u *binary32* formatu i rezultat prevesti u dekadni sistem.

Rešenje:

brojevi su različitog znaka pa se oduzimanje svodi na sabiranje umanjenika sa umanjiocem kome je promenjen znak, tj. na sabiranje dva pozitivna broja
bit za znak: 0

eksponent rezultata odgovara većem od zadatih eksponenata
eksponent: $(10000010)_2$

frakcija:
1. brojeve svodimo na isti eksponent (manji eksponent se uvećava)
eksponent umanjioca je za jedan manji od eksponenta umanjenika, pa se njegova frakcija pomera udesno za jedno mesto i dobija se: $(0.11011)_2$
2. frakcija rezultata je zbir zadatih frakcija:
$1.10011 + 0.11011 = 10.0111$
potrebno je izvršiti normalizaciju:
$(10.0111)_2 = (1.00111)_2 \cdot 2^1$ pa frakcija postaje $(1.00111)_2$, a vrednost eksponenta uvećavamo za 1:
$(10000010)_2 + 1 = (10000011)_2$

konačan zapis: $0\ 10000011\ 00111\underbrace{00\ldots00}_{18}$

dekadna vrednost: $+(1.00111)_2 \cdot 2^4 = (10011.1)_2 = 19.5$

3. Zapisati brojeve 36.3125 i -214.25 u *binary32* formatu, a zatim izračunati njihov zbir prema pravilima za sabiranje brojeva i rezultat prevesti u dekadni sistem.

Rešenje:

$36.3125 = 32 + 4 + 0.25 + 0.0625 = (100100.0101)_2 = (1.001000101)_2 \cdot 2^5$
zapis broja:
bit za znak: 0
eksponent: $5 + 127 = 132 = (10000100)_2$
frakcija: $001000101\underbrace{00\ldots00}_{14}$

konačan zapis: $0\ 10000100\ 001000101\underbrace{00\ldots00}_{14}$

$-214.25 = -(11010110.01)_2 = -(1.101011001)_2 \cdot 2^7$
zapis broja:
bit za znak: 1
eksponent: $7 + 127 = 134 = (10000110)_2$
frakcija: $101011001\underbrace{00\ldots00}_{14}$

konačan zapis: $1\ 10000110\ 101011001\underbrace{00\ldots00}_{14}$

zbir:
brojevi su različitog znaka pa znak rezultata odgovara znaku broja sa većim eksponentom
bit znaka: 1

eksponent rezultata odgovara većem od zadatih eksponenata
eksponent: $(10000110)_2$

frakcija:
1. brojeve svodimo na isti eksponent (manji eksponent se uvećava)
razlika eksponenata je $(10000110)_2 - (10000100)_2 = 2$ pa se bitovi frakcije prvog sabirka pomeraju udesno za dva mesta (decimalna tačka se pomera ulevo) i frakcija postaje: $(0.01001000101)_2$
2. pošto su brojevi različitog znaka, frakcija rezultata je razlika veće i manje frakcije:
$1.101011001 - 0.01001000101 = 1.01100011111$

Kako je frakcija rezultata normalizovana, konačan zapis je:
$1\ 10000110\ 01100011111\underbrace{00\ldots00}_{12}$

dekadna vrednost:
$-(1.01100011111)_2 \cdot 2^7 = -(10110001.1111)_2 = -177.9375$

4. Sabrati brojeve: $1\ 10000011\ 1011011\underbrace{00\ldots00}_{16}$ i $0\ 10000100\ 1101011\underbrace{00\ldots00}_{16}$ prema pravilima za sabiranje brojeva u *binary32* formatu i rezultat prevesti u dekadni sistem.

Rešenje:

brojevi su različitog znaka pa znak rezultata odgovara znaku broja sa većim eksponentom
bit za znak je 0

eksponent rezultata odgovara većem od zadatih eksponenata
eksponent je $(10000100)_2$

frakcija:
1. brojeve svodimo na iste eksponente
frakcija prvog broja se pomera udesno za jedno mesto pa se dobija: $(0.11011011)_2$
2. pošto su brojevi različitog znaka, frakcija rezultata je razlika veće i manje frakcije:
$1.1101011 - 0.11011011 = 0.11111011$
potrebno je izvršiti normalizaciju:
$(0.11111011)_2 = (1.1111011)_2 \cdot 2^{-1}$ pa frakcija postaje $(1.1111011)_2$, a vrednost eksponenta umanjujemo za 1: $(10000100)_2 - 1 = (10000011)_2$

konačan zapis: $0\ 10000011\ 1111011\underbrace{00\ldots00}_{16}$

dekadna vrednost:
$+(1.1111011)_2 \cdot 2^4 = (11111.011)_2 = 31.375$

1.2 Napomene

1. ako pri svođenju na isti eksponent pomeranjem udesno značajni deo jednog sabirka postane nula, tada vrednost drugog sabirka predstavlja vrednost rezultata
2. ukoliko je rezultat sabiranja (oduzimanja) frakcija nula, ukupan zbir (razlika) je nula
3. normalizacija:
   - ako se eksponent uvećava za 1, može da dođe do prekoračenja vrednosti eksponenta, u kom slučaju je konačan rezultat $+\infty$ ili $-\infty$ u zavisnosti od znaka
   - ako se eksponent smanjuje za 1, može da dođe do potkoračenja vrednosti eksponenta, u kom slučaju je konačan rezultat $+0$ ili -0 u zavisnosti od znaka

Zadatak:
Izračunati zbir: 0 11111110 $101\underbrace{0\ldots0}_{20}$ + 0 11111100 $110101\underbrace{0\ldots0}_{17}$
prema pravilima za sabiranje brojeva u *binary32* formatu i rezultat prevesti u dekadni sistem.

Rešenje:

brojevi su istog znaka pa je bit za znak rezultata: 0

eksponent rezultata odgovara većem od zadatih eksponenata: $(11111110)_2$
(primetiti da je ovo najveća dozvoljena vrednost eksponenta za format *binary32*)

frakcija:
1. brojeve svodimo na iste eksponente
frakcija drugog sabirka se pomera udesno za dva mesta pa se dobija: $(0.01110101)_2$
2. frakcija rezultata je zbir zadatih frakcija:
$1.10100000 + 0.01110101 = 10.00010101$
potrebno je izvršiti normalizaciju:
$(10.00010101)_2 = (1.000010101)_2 \cdot 2^1$ pa frakcija postaje $(1.000010101)_2$, a vrednost eksponenta uvećavamo za 1: $(11111110)_2 + 1$, što dovodi do prekoračenja vrednosti eksponenta

konačan rezultat je $+\infty$: 0 11111111 00000000000000000000000

1.3 Specijalne vrednosti

Neka je x konačan broj (normalan ili subnormalan).

$0 + \infty = \infty$	$0 - \infty = -\infty$
$x + \infty = \infty$	$x - \infty = -\infty$
$\infty + x = \infty$	$\infty - x = \infty$
$\infty + \infty = \infty$	$-\infty - \infty = -\infty$
$\infty - \infty = qNaN$	$-\infty + \infty = qNaN$
$x + qNaN = qNaN$	$x + sNaN = qNaN$
$\infty + qNaN = qNaN$	$\infty + sNaN = qNaN$

1. Izračunati 0 11111111 $\underbrace{00\ldots00}_{23}$ + 1 11111111 $\underbrace{00\ldots00}_{23}$ i rezultat prevesti u dekadni sistem.

   Rešenje:

   Prvi sabirak je $+\infty$, drugi sabirak je $-\infty$, konačan rezultat je qNaN (0 11111111 $101\underbrace{0\ldots0}_{20}$).

2. Izračunati 0 11001101 $001\underbrace{00\ldots00}_{20}$ + 1 11111111 $11\underbrace{00\ldots00}_{21}$ i rezultat prevesti u dekadni sistem.

   Rešenje:

   Prvi sabirak je konačan pozitivan broj, drugi sabirak je qNaN, konačan rezultat je qNaN (1 11111111 $11\underbrace{0\ldots0}_{21}$).

3. Izračunati 0 11111111 $101\underbrace{00\ldots00}_{20}$ + 0 11111111 $001101\underbrace{00\ldots00}_{17}$ i rezultat prevesti u dekadni sistem.

   Rešenje:

   Prvi sabirak je qNaN, drugi sabirak je sNaN, konačan rezultat je qNaN (0 11111111 $101\underbrace{0\ldots0}_{20}$).

4. Izračunati 0 11111111 $\underbrace{00\ldots00}_{23}$ + 1 11000111 1001$\underbrace{00\ldots00}_{19}$ i rezultat prevesti u dekadni sistem.

Rešenje:

Prvi sabirak je $+\infty$, drugi sabirak je konačan negativan broj, konačan rezultat je $+\infty$ (0 11111111 $\underbrace{00\ldots00}_{23}$).

5. Izračunati razliku: 0 00000000 101$\underbrace{0\ldots0}_{20}$$-$1 00001000 0000011$\underbrace{0\ldots0}_{16}$
prema pravilima za oduzimanje brojeva u *binary32* formatu i rezultat prevesti u dekadni sistem.

Rešenje:
Umanjenik je subnormalan, a umanjilac normalan broj. Pošto su različitog znaka, oduzimanje se svodi na sabiranje dva pozitivna broja, pa je bit za znak rezultata 0

eksponent rezultata odgovara eksponentu umanjioca (normalnog broja): 00001000

frakcija:
1. brojeve svodimo na iste eksponente
kako je eksponent normalnog broja uvećan za 127, a subnormalnog za 126, razlika eksponenata je
$(00001000)_2 - 1 = 7$
frakcija subnormalnog broja (umanjenika) se pomera za 7 mesta udesno pa se dobija: $0.101 \rightarrow 0.0000000101$
2. frakcija rezultata je zbir zadatih frakcija:
$1.0000011000 + 0.0000000101 = 1.0000011101$
frakcija je normalizovana pa je konačan zapis:

0 00001000 0000011101$\underbrace{0\ldots0}_{13}$

dekadna vrednost:
eksponent: $(00001000)_2 - 127 = -119$
$(1.0000011101)_2 \cdot 2^{-119} = (10000011.101)_2 \cdot 2^{-126} = 131.625 \cdot 2^{-126}$

6. Izračunati razliku: 1 00011011 101$\underbrace{0\ldots0}_{20}$$-$1 00000000 11$\underbrace{0\ldots0}_{21}$
prema pravilima za oduzimanje brojeva u *binary32* formatu i rezultat prevesti u dekadni sistem.

Rešenje:
Umanjenik je normalan, a umanjilac subnormalan broj. Pošto su istog znaka, oduzimanje se svodi na sabiranje brojeva različitog znaka pri čemu negativan broj (umanjenik) ima veći eksponent
bit za znak rezultata je 1

eksponent rezultata odgovara eksponentu umanjenika (normalnog broja): 00011011

frakcija:
1. brojeve svodimo na iste eksponente
kako je eksponent normalnog broja uvećan za 127, a subnormalnog za 126, razlika eksponenata je
$(00011011)_2 - 1 = 26$
kako je $26 > 22$, pomeranjem cifara frakcije subnormalnog broja udesno za 26 mesta frakcija subnormalnog broja će postati 0 (sve cifre će biti odbačene), pa će subnormalan broj imati vrednost +0.
2. frakcija rezultata je zato jednaka frakciji umanjenika (normalnog broja): 1.101

pa je ceo rezultat jednak umanjeniku: 1 00011011 101$\underbrace{0\ldots0}_{20}$

dekadna vrednost:
eksponent: $(00011011)_2 - 127 = -100$
$-(1.101)_2 \cdot 2^{-100} = -(1101)_2 \cdot 2^{-103} = 13 \cdot 2^{-103}$

1.4 Ispitni zadaci

1. Izvršiti sledeće operacije ako su brojevi predstavljeni u IEEE 754 zapisu sa binarnom osnovom u 32 bita i rezultate (ako je moguće) prevesti u dekadni sistem (*januar 2 2017, zadatak 6, grupa A*):

   (a) 1 11111111 00000000000000000000000 − 1 11111111 00000000000000000000000;

   (b) 0 10000110 10101100000000000000000 − 0 10000010 01110000000000000000000;

   (c) 1 01110100 11001000000000000000000 + 1 01110100 01011100000000000000000.

   (a) $-\infty - (-\infty) = -\infty + \infty = qNaN$

   zapis: 0 11111111 10000000000000000000000

   (b) oduzimanje se svodi na sabiranje dva broja različitog znaka (umanjenika sa umanjiocem kome je promenjen znak)

   eksponent umanjenika je veći pa je znak rezultata znak umanjenika: 0

   eksponent rezultata odgovara eksponentu umanjenika: $(10000110)_2$

   frakcija:

   1. brojeve svodimo na iste eksponente
   eksponent umanjenika je za $(10000110)_2 - (10000010)_2 = 4$ veći od eksponenta umanjioca, pa pri oduzimanju frakcija decimalnu tačku u zapisu frakcije umanjioca treba pomeriti za 4 mesta ulevo: $(1.0111)_2 \rightarrow (0.00010111)_2$
   2. frakcija rezultata: $1.10101100 - 0.00010111 = 1.10010101$
   kako je frakcija normalizovana, konačan zapis je:
   0 10000110 10010101000000000000000

   dekadna vrednost: $(1.10010101)_2 \cdot 2^7 = (11001010.1)_2 = 202.5$

   (c) sabiraju se dva negativna broja pa je i rezultat negativan
   bit za znak rezultata: 1

   sabirci imaju isti eksponent, pa je to ujedno i eksponent rezultata: 01110100

   frakcija:

   1. frakcija rezultata je zbir zadatih frakcija:
   $1.110010 + 1.010111 = 11.001001$
   potrebno je izvršiti normalizaciju:
   $(11.001001)_2 = (1.1001001)_2 \cdot 2^1$ pa frakcija postaje $(1.1001001)_2$, a vrednost eksponenta uvećavamo za 1:
   $(01110100)_2 + 1 = (01110101)_2$

   konačan zapis je:
   1 01110101 10010010000000000000000

   dekadna vrednost:
   eksponent: $(01110101) - 127 = -10$
   $-(1.1001001)_2 \cdot 2^{-10} = -(11001.001)_2 \cdot 2^{-14} = -25.125 \cdot 2^{-14}$
   ili: $-(11001001)_2 \cdot 2^{-17} = -201 \cdot 2^{-17}$

2. Izvršiti sledeće operacije ako su brojevi predstavljeni u IEEE 754 zapisu sa binarnom osnovom u 32 bita i rezultate (ako je moguće) prevesti u dekadni sistem
   (*januar 2 2017, 6. zadatak, grupa B* - za samostalni rad):

   (a) 1 01010111 10101000000000000000000 + 1 01010111 01110100000000000000000;

   (b) 0 11111111 00000000000000000000000 − 0 11111111 00000000000000000000000;

   (c) 0 10000110 10101100000000000000000 − 0 10000010 01110000000000000000000.

3. Izračunati: 0 10000010 10111 $\underbrace{0\ldots0}_{18}$ + 0 10000101 1001 $\underbrace{0\ldots0}_{19}$
   ako su brojevi predstavljeni u IEEE 754 zapisu sa binarnom osnovom u 32 bita i rezultat prevesti u dekadni sistem (*januar 1 2016, zadatak 6a, grupa A* - za samostalni rad)

4. Izračunati: 1 01101111 101101 $\underbrace{0\ldots0}_{17}$ − 1 01110100 01011101 $\underbrace{0\ldots0}_{15}$
   ako su brojevi predstavljeni u IEEE 754 zapisu sa binarnom osnovom u 32 bita i rezultat prevesti u dekadni sistem (*za samostalni rad*)

2 Množenje brojeva zapisanih u *binary32* formatu

1. Izvršiti množenje 0 10111000 10101 $\underbrace{00\ldots00}_{18}$ $\cdot$ 1 10111100 001 $\underbrace{00\ldots00}_{20}$ i rezultat prevesti u dekadni sistem.

   Rešenje:

   znak rezultata: $0 \oplus 1 = 1$
   eksponent: $(10111000)_2 + (10111100)_2 - (0111111)_2 = (101110100)_2 - (001111111)_2 = (11110101)_2$
   frakcija:
   $1.10101\underbrace{00\ldots00}_{18} \cdot 1.001\underbrace{00\ldots00}_{20} = 1.10101 \cdot 1.001 = 1.11011101$

   rezultat: 1 11110101 11011101 $\underbrace{00\ldots00}_{14}$

   dekadna vrednost rezultata:
   eksponent: $(11110101)_2 - 127 = 245 - 127 = 118$
   frakcija: $1.11011101\underbrace{00\ldots00}_{14}$
   konačno: $-(1.11011101)_2 \cdot 2^{118} = -(111011101)_2 \cdot 2^{110} = -477 \cdot 2^{110}$

2. Izvršiti množenje 0 10000011 11 $\underbrace{00\ldots00}_{21}$ $\cdot$ 0 10000001 001 $\underbrace{00\ldots00}_{20}$ i rezultat prevesti u dekadni sistem.

   Rešenje:

   znak rezultata: $0 \oplus 0 = 0$
   eksponent: $(10000011)_2 + (10000001)_2 - (01111111)_2 = (100000100)_2 - (001111111)_2 = (10000101)_2$
   frakcija: $1.11 \cdot 1.001 = 1.11111$

   rezultat: 0 10000101 11111 $\underbrace{00\ldots00}_{18}$

   dekadna vrednost rezultata:
   eksponent: $(10000101)_2 - 127 = 133 - 127 = 6$
   frakcija: $1.11111\underbrace{00\ldots00}_{18}$
   konačno: $+(1.11111)_2 \cdot 2^6 = (1111110)_2 = 126$

3. Izračunati 1 10000101 010101 $\underbrace{00\ldots00}_{17}$ $\cdot$ 0 10000011 1011 $\underbrace{00\ldots00}_{19}$ i rezultat prevesti u dekadni sistem.

   Rešenje:

   znak rezultata: $1 \oplus 0 = 1$
   eksponent: $(10000101)_2 + (10000011)_2 - (01111111)_2 = (100001000)_2 - (001111111)_2 = (10001001)_2$
   frakcija: $1.010101 \cdot 1.1011 = 10.0011110111$
   potrebno je izvršiti normalizaciju: $(10.0011110111)_2 = (1.00011110111)_2 \cdot 2^1$ pa frakcija postaje $(1.00011110111)_2$, a vrednost eksponenta uvećavamo za 1: $(10001001)_2 + 1 = (10001010)_2$

   rezultat: 1 10001010 00011110111 $\underbrace{00\ldots00}_{12}$

   dekadna vrednost rezultata:
   eksponent: $(10001010)_2 - 127 = 138 - 127 = 11$
   frakcija: $1.00011110111\underbrace{00\ldots00}_{12}$
   konačno: $-(1.00011110111)_2 \cdot 2^{11} = -(100011110111)_2 = -2295$

4. Izračunati 1 10000011 0001011 $\underbrace{00\ldots00}_{16}$ $\cdot$ 0 10000001 011 $\underbrace{00\ldots00}_{20}$ i rezultat prevesti u dekadni sistem.

   Rešenje:

   znak rezultata: $1 \oplus 0 = 1$
   eksponent: $(10000011)_2 + (10000001)_2 - (01111111)_2 = (100000100)_2 - (001111111)_2 = (10000101)_2$
   frakcija: $1.0001011\underbrace{00\ldots00}_{16} \cdot 1.011\underbrace{00\ldots00}_{20} = (1.0001011)_2 \cdot (1.011)_2 = (1.0111111001)_2$

   rezultat: 1 10000101 0111111001 $\underbrace{00\ldots00}_{13}$

dekadna vrednost rezultata:
eksponent: $(10000101)_2 - 127 = 133 - 127 = 6$
frakcija: $1.0111111001\underbrace{00\ldots00}_{13}$
konačno: $-(1.0111111001)_2 \cdot 2^6 = -(1011111.1001)_2 = -95.5625$

2.1 Specijalne vrednosti

Neka je x konačan broj (normalan ili subnormalan).

$0 \cdot x = 0$ ako je x pozitivan broj	$0 \cdot x = -0$ ako je x negativan broj
$0 \cdot \infty = qNaN$	$\infty \cdot \infty = \infty$
$x \cdot \infty = \infty$ ako je x pozitivan broj	$x \cdot \infty = -\infty$ ako je x negativan broj
$0 \cdot qNaN = qNaN$	$0 \cdot sNaN = qNaN$
$\infty \cdot qNaN = qNaN$	$\infty \cdot sNaN = qNaN$

1. Izvršiti množenje $1\ 11111111\ 1\underbrace{00\ldots00}_{22} \cdot 0\ 11001100\ 10011\underbrace{00\ldots00}_{18}$ i rezultat prevesti u dekadni sistem.

   Rešenje:

   Množenik je qNaN vrednost, množilac je konačan pozitivan broj, rezultat je qNaN ($1\ 11111111\ 1\underbrace{00\ldots00}_{22}$).

2. Izvršiti množenje $0\ 11111111\ \underbrace{00\ldots00}_{23} \cdot 1\ 10100100\ 10\underbrace{00\ldots00}_{21}$ i rezultat prevesti u dekadni sistem.

   Rešenje:

   Množenik je $+\infty$, množilac je konačan negativan broj, rezultat je $-\infty$ ($1\ 11111111\ \underbrace{00\ldots00}_{23}$).

3. Izvršiti množenje $1\ 00101101\ 01011\underbrace{00\ldots00}_{18} \cdot 1\ 00000000\ \underbrace{00\ldots00}_{23}$ i rezultat prevesti u dekadni sistem.

   Rešenje:

   Množenik je konačan negativan broj, množilac je -0, rezultat je $+0$ ($0\ 00000000\ \underbrace{00\ldots00}_{23}$).

4. Izvršiti množenje $0\ 11111111\ 01\underbrace{00\ldots00}_{21} \cdot 0\ 11111111\ \underbrace{00\ldots00}_{23}$ i rezultat prevesti u dekadni sistem.

   Rešenje:

   Množenik je sNaN vrednost, množilac je $+\infty$, rezultat je qNaN ($1\ 11111111\ 1\underbrace{00\ldots00}_{22}$).

3 Deljenje brojeva zapisanih u *binary32* formatu

1. Izvršiti deljenje 0 10000100 1110111 $\underbrace{00\ldots00}_{16}$ /1 10000001 101 $\underbrace{00\ldots00}_{20}$ i rezultat prevesti u dekadni sistem.

   Rešenje:

   znak rezultata: $0 \oplus 1 = 1$
   eksponent: $(10000100)_2 - (10000001)_2 + (01111111)_2 = (00000011)_2 + (01111111)_2 = (10000010)_2$
   frakcija:
   1.1110111 : 1.101 = 1111.0111 : 1101 = 1.0011

   rezultat: 0 10000010 0011 $\underbrace{00\ldots00}_{19}$

   dekadna vrednost rezultata:
   eksponent: $(10000010)_2 - 127 = 130 - 127 = 3$
   frakcija: 1.0011 $\underbrace{00\ldots00}_{19}$
   konačno: $-(1.0011)_2 \cdot 2^3 = -(1001.1)_2 = -9.5$

2. Izvršiti deljenje 1 10010010 011111 $\underbrace{00\ldots00}_{17}$ /1 00100110 01 $\underbrace{00\ldots00}_{21}$ i rezultat prevesti u dekadni sistem.

   Rešenje:

   znak rezultata: $1 \oplus 1 = 0$
   eksponent: $(10010010)_2 - (00100110)_2 + (01111111)_2 = (01101100)_2 + (01111111)_2 = (11101011)_2$
   frakcija:
   1.011111 : 1.01 = 101.1111 : 101 = 1.0011

   rezultat: 0 11101011 0011 $\underbrace{00\ldots00}_{19}$

   dekadna vrednost rezultata:
   eksponent: $(11101011)_2 - 127 = 235 - 127 = 108$
   frakcija: 1.0011 $\underbrace{00\ldots00}_{19}$
   konačno: $+(1.0011)_2 \cdot 2^{108} = (10011)_2 \cdot 2^{104} = 19 \cdot 2^{104}$

3. Izvršiti deljenje 0 11010011 00001001 $\underbrace{00\ldots00}_{15}$ /1 10101111 01 $\underbrace{00\ldots00}_{21}$ i rezultat prevesti u dekadni sistem.

   Rešenje:

   znak rezultata: $0 \oplus 1 = 1$
   eksponent: $(11010011)_2 - (10101111)_2 + (01111111)_2 = (00100100)_2 + (01111111)_2 = (10100011)_2$
   frakcija: 1.00001001 : 1.01 = 100.001001 : 101 = 0.110101
   potrebno je izvršiti normalizaciju:
   $(0.110101)_2 = (1.10101)_2 \cdot 2^{-1}$ pa frakcija postaje $(1.10101)_2$, a vrednost eksponenta umanjujemo za 1: $(10100011)_2 - 1 = (10100010)_2$

   rezultat: 1 10100010 10101 $\underbrace{00\ldots00}_{18}$

   dekadna vrednost rezultata:
   eksponent: $(10100010)_2 - 127 = 162 - 127 = 35$
   frakcija: 1.10101 $\underbrace{00\ldots00}_{18}$
   konačno: $-(1.10101)_2 \cdot 2^{35} = -(110101)_2 \cdot 2^{30} = -53 \cdot 2^{30}$

4. Izvršiti deljenje 0 00000001 0101 $\underbrace{00\ldots00}_{19}$ /0 00000000 11 $\underbrace{00\ldots00}_{21}$ i rezultat prevesti u dekadni sistem.

   Rešenje:

   znak rezultata: $0 \oplus 0 = 0$
   eksponent:
   eksponent deljenika (normalnog broja) je sa uvećanjem 127, a delioca (subnormalnog broja) sa uvećanjem 126, pa nakon oduzimanja ostaje 1 u višku i zato treba dodati 126 (kako bi eksponent rezultata bio sa uvećanjem 127).
   $(00000001)_2 - (00000000)_2 + (01111110)_2 = (00000001)_2 + (01111110)_2 = (01111111)_2$

frakcija:
$1.0101 : 0.11 = 101.01 : 11 = 1.11$

rezultat: $0\ 01111111\ 11\underbrace{00\ldots00}_{21}$

dekadna vrednost rezultata:
eksponent: $(01111111)_2 - 127 = 127 - 127 = 0$
frakcija: $1.11\underbrace{00\ldots00}_{21}$
konačno: $+(1.11)_2 \cdot 2^0 = 1.75$

3.1 Specijalne vrednosti

Neka je x konačan broj (normalan ili subnormalan).

$x/0 = +\infty$ ako je x pozitivan broj	$x/0 = -\infty$ ako je x negativan broj
$x/\infty = +0$ ako je x pozitivan broj	$x/\infty = -0$ ako je x negativan broj
$0/0 = qNaN$	$\infty/\infty = qNaN$
$qNaN/x = qNaN$	$qNaN/\infty = qNaN$
$sNaN/x = qNaN$	$sNaN/\infty = qNaN$

1. Izvršiti deljenje $0\ 10000001\ 01\underbrace{00\ldots00}_{21} : 1\ 00000000\ \underbrace{00\ldots00}_{23}$ i rezultat prevesti u dekadni sistem.

   Rešenje:

   Deljenik je konačan pozitivan broj, delilac je -0, rezultat je $-\infty$ ($1\ 11111111\ \underbrace{0\ldots0}_{23}$).

2. Izvršiti deljenje $0\ 11111111\ \underbrace{00\ldots00}_{23} : 1\ 11111111\ \underbrace{00\ldots00}_{23}$ i rezultat prevesti u dekadni sistem.

   Rešenje:

   Deljenik je $+\infty$, delilac je $-\infty$, rezultat je qNaN ($1\ 11111111\ 111\underbrace{0\ldots0}_{20}$).

3. Izvršiti deljenje $0\ 10010000\ 1101\underbrace{00\ldots00}_{19} : 1\ 11111111\ 001\underbrace{00\ldots00}_{20}$ i rezultat prevesti u dekadni sistem.

   Rešenje:

   Deljenik je konačan pozitivan broj, delilac je sNaN, rezultat je qNaN ($0\ 11111111\ 1\underbrace{0\ldots0}_{22}$).

4. Izvršiti deljenje $1\ 11111111\ \underbrace{00\ldots00}_{23} : 1\ 00000000\ \underbrace{00\ldots00}_{23}$ i rezultat prevesti u dekadni sistem.

   Rešenje:

   Deljenik je $-\infty$, delilac je -0, rezultat je $+\infty$ ($1\ 11111111\ \underbrace{00\ldots00}_{23}$).

5. Izvršiti deljenje $1\ 00000000\ \underbrace{00\ldots00}_{23} : 0\ 11111111\ \underbrace{00\ldots00}_{23}$ i rezultat prevesti u dekadni sistem.

   Rešenje:

   Deljenik je -0, delilac je $+\infty$, rezultat je -0 ($1\ 00000000\ \underbrace{00\ldots00}_{23}$).

3.2 Ispitni zadaci

1. Nad brojevima $x = 11000001000101100000000000000000$, $y = 00111101001000000000000000000000$ i $z = 11111111100000000000000000000000$ predstavljenim u IEEE754 zapisu sa binarnom osnovom izvršiti operacije $x \cdot y$, x/y i x/z.
   Rezultate, gde god je to moguće, prevesti u dekadni sistem (*jun 1 2017, 7. zadatak*).

   (a) $x \cdot y$

   znak: 1

   eksponent: $10000010 + 01111010 - 01111111 = 11111100 - 01111111 = 01111101$

frakcija: $1.001011 \cdot 1.01 = 1.01110111$

konačan zapis: 1 01111101 01110111000000000000000

dekadna vrednost:

eksponent: $(01111101)_2 - 127 = -2$

$-(1.01110111)_2 \cdot 2^{-2} = -(1011101.11)_2 \cdot 2^{-8} = -109.75 \cdot 2^{-8}$

(b) x/y

znak: 1

eksponent: $10000010 - 01111010 + 01111111 = 00001000 + 01111111 = 10000111$

frakcija: $1.001011 : 1.01 = 100.1011 : 101 = 0.1111$

normalizacija: $(0.1111)_2 = (1.111)_2 \cdot 2^{-1}$ pa frakcija postaje 1.111, a eksponent smanjujemo za 1:

$(10000111)_2 - 1 = (10000110)_2$

konačan zapis: 1 10000111 11100000000000000000000

dekadna vrednost:

eksponent: $(10000111)_2 - 127 = 7$

$-(1.111)_2 \cdot 2^7 = -(11110000)_2 = -240$

(c) x/z

x je konačan negativan broj, z je $-\infty$, pa je količnik $x/z = +0$ (0 00000000 00000000000000000000000)