

1 Sabiranje i oduzimanje označenih brojeva

1.1 Brojevi zapisani u znaku i apsolutnoj vrednosti

Pravila sabiranja:

Potrebno je odrediti znak zbira i apsolutnu vrednost zbira.

Ako su zadati brojevi istog znaka, tog znaka je i rezultat. Apsolutna vrednost zbira je zbir apsolutnih vrednosti sabiraka.

Ako su zadati brojevi različitog znaka, znak rezultata odgovara sabirku sa većom apsolutnom vrednošću.

Apsolutna vrednost zbira se dobija kada se od veće apsolutne vrednosti oduzme manja apsolutna vrednost.

Pravila oduzimanja:

Kako je $A - B = A + (-B)$ prvo se vrši promena znaka broja B a zatim se postupa u skladu sa pravilima za sabiranje brojeva zapisanih u znaku i apsolutnoj vrednosti.

O promeni znaka broja:

Promena znaka broja vrši se promenom cifre za znak: ako je cifra za znak 0, zamenjuje se sa $N - 1$, i obratno, ako je cifra za znak $N - 1$ zamenjuje se 0.

Prilikom izvodjenja operacija treba voditi računa o prekoračenju. Prekoračenje se može javiti samo kada se sabiraju brojevi istog znaka i to ako je za zapis apsolutne vrednosti zbira potreban veći broj cifara nego za zapis apsolutnih vrednosti sabiraka.

1. $(43102)_5 + (00134)_5$

Razultat:

znak: brojevi su različitog znaka pa znak rezultata odgovara znaku broja sa većom apsolutnom vrednošću: 4

apsolutna vrednost je razlika veće i manje apsolutne vrednosti:

$$3102 - 0134 = 2413 \text{ (aritmetiku izvodimo u sistemu sa osnovom 5)}$$

konačno: $(42413)_5$

2. $(1001101)_2 + (1010011)_2$

Rezultat:

znak: brojevi su istog znaka pa je tog znaka i rezultat: 1

apsolutna vrednost: zbir apsolutnih vrednosti sabiraka:

$$001101 + 010011 = 100000 \text{ (aritmetiku izvodimo u sistemu sa osnovom 2)}$$

konačno: $(1100000)_2$

3. $(03023)_4 + (00231)_4$

Rezultat:

znak: brojevi su istog znaka pa je tog znaka i rezultat: 0

apsolutna vrednost: zbir apsolutnih vrednosti sabiraka:

$$3023 + 0231 = 3320 \text{ (aritmetiku izvodimo u sistemu sa osnovom 4)}$$

konačno: $(03320)_4$

4. $(730521)_8 + (045277)_8$

Rezultat:

znak: brojevi su različitog znaka pa znak rezultata odgovara znaku broja sa većom apsolutnom vrednošću: 0

apsolutna vrednost: razlika veće i manje apsolutne vrednosti:

$$45277 - 30521 = 14556 \text{ (aritmetiku izvodimo u sistemu sa osnovom 8)}$$

konačno: $(014556)_8$

5. $(0A37C)_{16} - (0421B)_{16}$

Oduzimanje brojeva svodimo na sabiranje uz promenu znaka umanjioocu:

$$(0A37C)_{16} - (0421B)_{16} = (0A37C)_{16} + (F421B)_{16}$$

Rezultat:

znak: brojevi su različitog znaka pa znak rezultata odgovara znaku broja sa većom apsolutnom vrednošću: 0

apsolutna vrednost: razlika veće i manje apsolutne vrednosti:

$$A37C - 421B = 6161 \text{ (aritmetiku izvodimo u sistemu sa osnovom 16)}$$

konačno: $(06161)_{16}$

$$6. (01836)_{10}^5 - (93527)_{10}^5$$

Oduzimanje brojeva svodimo na sabiranje: $(01836)_{10} - (93527)_{10} = (01836)_{10} + (03527)_{10}$

Rezultat:

znak: brojevi su istog znaka pa je tog znaka i rezultat: 0

apsolutna vrednost: brojevi su istog znaka pa je apsolutna vrednost rezultata zbir apsolutnih vrednosti:

$1836 + 3527 = 5363$ (aritmetiku izvodimo u sistemu sa osnovom 10)

konačno: $(05363)_{10}$

$$7. (03521)_6^5 + (04130)_6^5$$

Rezultat:

znak: brojevi su istog znaka pa je tog znaka i rezultat: 0

apsolutna vrednost: brojevi su istog znaka pa je apsolutna vrednost rezultata zbir apsolutnih vrednosti:

$3521 + 4130 = 12051$ (aritmetiku izvodimo u sistemu sa osnovom 6).

Kako je širina zapisa rezultata veća od zadate, dolazi do **prekoračenja**.

$$8. (220211)_3^6 - (010111)_3^6$$

Oduzimanje brojeva svodimo na sabiranje: $(220211)_3 - (010111)_3 = (220211)_3 + (210111)_3$

Rezultat:

znak: brojevi su istog znaka pa je tog znaka i rezultat: 2

apsolutna vrednost: brojevi su istog znaka pa je apsolutna vrednost rezultata zbir apsolutnih vrednosti:

$20211 + 10111 = 101022$ (aritmetiku izvodimo u sistemu sa osnovom 3).

Kako je širina zapisa rezultata veća od zadate, dolazi do **prekoračenja**.

1.2 Brojevi zapisani pomoću komplementa broja

Opšta pravila za aritmetiku u zapisu pomoću komplementa su:

- Promena znaka broja X se svodi na komplementiranje vrednosti broja izračunavanjem $K - X$.
- Sabiranje dva broja X i Y vrši se kao sabiranje neoznačenih brojeva po modulu koji je jednak komplementacionoj konstanti K .
- Oduzimanje se vrši svođenjem na sabiranje umanjjenika sa komplementom umanjjioca:
 $X - Y = X + (K - Y)$.

Operacije promene znaka i sabiranja se izvršavaju efikasnije od gore navedenog, što je opisano u nastavku.

1.3 Brojevi zapisani u nepotpunom komplementu

Pravila **sabiranja**:

I korak: sabiraju se sve cifre iz zapisa broja uključujući i cifru za znak (kao kod neoznačenih brojeva)

$$\begin{array}{cccccc} & a_{n-1} & a_{n-2} & \dots & a_1 & a_0 \\ + & b_{n-1} & b_{n-2} & \dots & b_1 & b_0 \\ \hline c_n' & c_{n-1}' & c_{n-2}' & \dots & c_1' & c_0' \end{array}$$

II korak: eventualni prenos c_n' sa pozicije najveće težine se dodaje na poziciju najmanje težine rezultata

$$\begin{array}{cccccc} & c_{n-1}' & c_{n-2}' & \dots & c_1' & c_0' \\ + & & & & & c_n' \\ \hline & c_{n-1} & c_{n-2} & \dots & c_1 & c_0 \end{array}$$

Konačan rezultat je $c_{n-1}c_{n-2}\dots c_1c_0$.

Napomena. Dodavanje prenosa c_n' na cifru najmanje težine rezultata upravo odgovara računaju ostatka po modulu koji je jednak komplementacionoj konstanti K za nepotpuni komplement.

Do prekoračenja može doći ukoliko se sabiraju brojevi istog znaka. Prekoračenje se može prepoznati promenom cifre za znak rezultata i to ako se kao rezultat dobije:

- broj suprotnog znaka od znaka sabiraka
- broj koji nije ni pozitivan ni negativan (cifra znaka je različita od nule i najveće cifre sistema, pa samim tim nema značenje; takav zapis broja nije korektan u datoj dužini)

Oduzimanje se vrši svodenjem na sabiranje umanjnika sa umanjioecom kome je promenjen znak:

$$X - Y = X + (K - Y)$$

Umesto izračunavanja vrednosti $K - X$, **promena znaka** se izvodi komplementiranjem svih cifara zapisa broja (uključujući i cifru znaka) do najveće cifre sistema (tj. po istom postupku kojim se i određuje zapis negativnog broja u nepotpunom komplementu).

Do prekoračenja može doći ukoliko se oduzimaju brojevi suprotnog znaka.

1. $(32102)_4^5 + (02201)_4^5$

$$\text{I korak: } \begin{array}{r} \\ \\ 3 \\ + \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\text{II korak: } \begin{array}{r} \\ \\ \\ + \\ \hline \end{array}$$

Sabiramo brojeve različitog znaka, ne može doći do prekoračenja. Konačan rezultat je $(00310)_4$

Napomena. Ukoliko se sabiranje vrši po modulu $K = (33333)_4 = (100000 - 1)_4$, potrebno je od dobijenog zbira u prvom koraku oduzeti K : $100303 - 33333 = 100303 - (100000 - 1) = 100303 - 100000 + 1$

$$\begin{array}{r} \\ \\ 1 \\ - \\ \hline \end{array} \quad \text{ili} \quad \begin{array}{r} \\ \\ 1 \\ - \boxed{1} \\ \hline \end{array} \quad + \quad \begin{array}{r} \\ \\ \\ + \\ \hline \end{array}$$

Opisani postupak objašnjava razlog dodavanja prenosa pri sabiranju iz prvog koraka na mesto najmanje težine rezultata u drugom koraku.

2. $(00412)_5^5 + (01302)_5^5$

$$\begin{array}{r} \\ \\ 0 \\ + \\ \hline 0 \end{array}$$

Sabiramo brojeve istog znaka, može doći do prekoračenja. Sabirci su pozitivni brojevi, rezultat je takođe pozitivan broj, pa nema prekoračenja.

Konačan rezultat je $(02214)_5$

3. $(520311)_6^6 - (501012)_6^6$

Oduzimanje brojeva svodimo na sabiranje: $(520311)_6 - (501012)_6 = (520311)_6 + (054543)_6$

$$\text{I korak: } \begin{array}{r} \\ \\ 5 \\ + \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\text{II korak: } \begin{array}{r} \\ \\ \\ + \\ \hline \end{array}$$

Sabiramo brojeve različitog znaka, pa ne može doći do prekoračenja.

Konačan rezultat je $(015255)_6$

4. $(11001101)_2^8 - (01101010)_2^8$

Oduzimanje brojeva svodimo na sabiranje: $(11001101)_2 - (01101010)_2 = (11001101)_2 + (10010101)_2$

$$\text{I korak: } \begin{array}{r} \\ \\ 1 \\ + \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\text{II korak: } \begin{array}{r} \\ \\ \\ + \\ \hline \end{array}$$

Sabirci su negativni brojevi (počinju cifrom 1), a rezultat je pozitivan broj (počinje cifrom 0) \Rightarrow došlo je do prekoračenja.

5. $(FC201)_{16}^5 + (F3F4A)_{16}^5$

$$\begin{array}{r} \text{I korak:} \\ + \quad \begin{array}{r} \text{F} \text{ C} \text{ 2} \text{ 0} \text{ 1} \\ \text{F} \text{ 3} \text{ F} \text{ 4} \text{ A} \\ \hline \text{F} \text{ 0} \text{ 1} \text{ 4} \text{ B} \end{array} \\ \hline \text{II korak:} \\ + \quad \begin{array}{r} \text{F} \text{ 0} \text{ 1} \text{ 4} \text{ B} \\ \phantom{} \phantom{} \phantom{} \phantom{} \phantom{}} \\ \hline \text{F} \text{ 0} \text{ 1} \text{ 4} \text{ C} \end{array} \end{array}$$

Sabiramo brojeve istog znaka, može doći do prekoračenja. Sabirci su negativni brojevi (počinju cifrom F), rezultat je negativan broj pa nema prekoračenja. Konačan rezultat je: $(F014C)_{16}$

6. $(03021)_4^5 + (01102)_4^5$

$$\begin{array}{r} + \quad \begin{array}{r} \boxed{0} \text{ 3} \text{ 0} \text{ 2} \text{ 1} \\ \boxed{0} \text{ 1} \text{ 1} \text{ 0} \text{ 2} \\ \hline \boxed{1} \text{ 0} \text{ 1} \text{ 2} \text{ 3} \end{array} \end{array}$$

Sabiramo brojeve istog znaka, može doći do prekoračenja. Sabirci su pozitivni brojevi (počinju cifrom 0), rezultat nije pozitivan broj (a ni negativan, cifra 1 na mestu znaka nema značenje) pa je došlo do prekoračenja.

7. $(0535)_7^4 - (0446)_7^4$

Oduzimanje brojeva svodimo na sabiranje: $(0535)_7 - (0446)_7 = (0535)_7 + (6220)_7$

$$\begin{array}{r} \text{I korak:} \\ + \quad \begin{array}{r} \text{0} \text{ 5} \text{ 3} \text{ 5} \\ \text{6} \text{ 2} \text{ 2} \text{ 0} \\ \hline \text{0} \text{ 0} \text{ 5} \text{ 5} \end{array} \\ \hline \text{II korak:} \\ + \quad \begin{array}{r} \text{0} \text{ 0} \text{ 5} \text{ 5} \\ \phantom{} \phantom{} \phantom{} \phantom{}} \\ \hline \text{0} \text{ 0} \text{ 5} \text{ 6} \end{array} \end{array}$$

Sabiramo brojeve različitog znaka pa ne može doći do prekoračenja. Konačan rezultat je: $(0056)_7$.

1.4 Brojevi zapisani u potpunom komplementu

Pravila **sabiranja**:

I korak: sabiraju se sve cifre iz zapisa broja uključujući i cifru za znak (kao kod neoznačenih brojeva)

$$\begin{array}{r} \quad \begin{array}{r} a_{n-1} \quad a_{n-2} \quad \dots \quad a_1 \quad a_0 \\ + \quad b_{n-1} \quad b_{n-2} \quad \dots \quad b_1 \quad b_0 \\ \hline c_n \quad c_{n-1} \quad c_{n-2} \quad \dots \quad c_1 \quad c_0 \end{array} \end{array}$$

II korak: Eventualni prenos c_n sa pozicije najveće težine se ignoriše.

Konačan rezultat je $c_{n-1}c_{n-2} \dots c_1c_0$

Napomena. Ignorisanje prenosa c_n upravo odgovara računanju ostatka po modulu koji je jednak komplementacionoj konstanti K za potpuni komplement.

Do prekoračenja može doći ukoliko se sabiraju brojevi istog znaka. Prekoračenje se može prepoznati promenom cifre za znak rezultata i to ako se kao rezultat dobije:

- broj suprotnog znaka od znaka sabiraka
- broj koji nije ni pozitivan ni negativan (cifra znaka je različita od nule i najveće cifre sistema, pa samim tim nema značenje; takav zapis broja nije korektan u datoj dužini)

Oduzimanje se vrši svođenjem na sabiranje umanjenika sa umanjiocem kome je promenjen znak:

$$X - Y = X + (K - Y)$$

Umesto izračunavanja vrednosti $K - X$, **promena znaka** se izvodi komplementiranjem svih cifara zapisa broja (uključujući i cifru znaka) do najveće cifre sistema i dodavanjem jedinice na mesto najmanje težine (tj. po istom postupku kojim se i određuje zapis negativnog broja u potpunom komplementu).

Do prekoračenja može doći ukoliko se oduzimaju brojevi suprotnog znaka.

U potpunom komplementu brojevi mogu i da se **oduzimaju**. U tom slučaju se prekoračenje najlakše prepoznaje ukoliko se znak rezultata razlikuje od znaka umanjenika.

$$1. (520311)_6 + (054543)_6$$

$$\begin{array}{r} 5 \ 2 \ 0 \ 3 \ 1 \ 1 \\ + \ 0 \ 5 \ 4 \ 5 \ 4 \ 3 \\ \hline 1 \ 0 \ 1 \ 5 \ 2 \ 5 \ 4 \end{array}$$

Sabiramo brojeve različitog znaka pa ne može doći do prekoračenja. Konačan rezultat: $(015254)_6$

Napomena. Ukoliko se sabiranje vrši po modulu $K = (1000000)_6$, potrebno je od dobijenog zbira oduzeti K : $1015254 - \underline{1}000000 = 015254$

$$\begin{array}{r} 1 \ 0 \ 1 \ 5 \ 2 \ 5 \ 4 \\ - \ \boxed{1} \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \\ \hline 0 \ 1 \ 5 \ 2 \ 5 \ 4 \end{array}$$

Opisani postupak objašnjava razlog odbacivanja prenosa sa pozicije najveće težine pri sabiranju.

$$2. (20122)_3 + (0120)_3$$

$$(20122)_3 + (0120)_3 = (20122)_3 + (00120)_3$$

$$\begin{array}{r} 2 \ 0 \ 1 \ 2 \ 2 \\ + \ 0 \ 0 \ 1 \ 2 \ 0 \\ \hline 0 \ 2 \ 1 \ 0 \ 1 \ 2 \end{array}$$

Sabiramo brojeve različitog znaka pa ne može doći do prekoračenja. Konačan rezultat: $(21012)_3$

$$3. (04321)_5 - (02013)_5$$

Oduzimanje brojeva svodimo na sabiranje: $(04321)_5 - (02013)_5 = (04321)_5 + (42432)_5$

$$\begin{array}{r} 0 \ 4 \ 3 \ 2 \ 1 \\ + \ 4 \ 2 \ 4 \ 3 \ 2 \\ \hline 1 \ 0 \ 2 \ 3 \ 0 \ 3 \end{array}$$

Sabiramo brojeve različitog znaka pa ne može doći do prekoračenja. Konačan rezultat: $(02303)_5$

Ukoliko se brojevi oduzimaju, dobija se:

$$\begin{array}{r} 0 \ 4 \ 3 \ 2 \ 1 \\ - \ 0 \ 2 \ 0 \ 1 \ 3 \\ \hline 0 \ 2 \ 3 \ 0 \ 3 \end{array}$$

Oduzimamo brojeve istog znaka pa ne može da bude prekoračenje. Konačan rezultat: $(02303)_5$

$$4. (01101)_2 - (11010)_2$$

Oduzimanje brojeva svodimo na sabiranje: $(01101)_2 - (11010)_2 = (01101)_2 + (00110)_2$

$$\begin{array}{r} 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \\ + \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \\ \hline 0 \ \boxed{1} \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \end{array}$$

Sabiramo brojeve istog znaka pa može doći do prekoračenja. Sabirci su pozitivni brojevi (počinju cifrom 0), rezultat je negativan broj (počinje cifrom 1) pa je došlo do prekoračenja.

Ukoliko se brojevi oduzimaju, dobija se:

$$\begin{array}{r} 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \\ - \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \\ \hline \boxed{1} \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \end{array}$$

Oduzimamo brojeve različitog znaka pa može da se javi prekoračenje. Kako se znak rezultata razlikuje od znaka umanjenika, došlo je do prekoračenja.

$$5. (FB76)_{16} + (F255)_{16}$$

$$\begin{array}{r} \boxed{F} \ B \ 7 \ 6 \\ + \ \boxed{F} \ 2 \ 5 \ 5 \\ \hline 1 \ \boxed{E} \ D \ C \ B \end{array}$$

Sabiramo brojeve istog znaka pa može doći do prekoračenja. Sabirci su negativni brojevi (počinju cifrom F), rezultat nije negativan broj (a ni pozitivan, cifra E na mestu znaka nema značenje) pa je došlo do prekoračenja.

$$6. (54321)_6^5 - (01234)_6^5$$

Oduzimanje brojeva svodimo na sabiranje: $(54321)_6 - (01234)_6 = (54321)_6 + (54322)_6$

$$\begin{array}{r} 5 \ 4 \ 3 \ 2 \ 1 \\ + 5 \ 4 \ 3 \ 2 \ 2 \\ \hline 1 \ 5 \ 3 \ 0 \ 4 \ 3 \end{array}$$

Sabiramo brojeve istog znaka pa može doći do prekoračenja. Sabirci su negativni brojevi (počinju cifrom 5), rezultat je negativan broj (počinje cifrom 5) pa nije došlo do prekoračenja.

Konačan rezultat: $(53043)_6$

Ukoliko se brojevi oduzimaju, dobija se:

$$\begin{array}{r} 5 \ 4 \ 3 \ 2 \ 1 \\ - 0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \\ \hline 5 \ 3 \ 0 \ 4 \ 3 \end{array}$$

Oduzimamo brojeve različitog znaka pa može da se javi prekoračenje. Rezultat ima isti znak kao i umanjenik pa nema prekoračenja. Konačan rezultat: $(53043)_6$

$$7. (F1BC9)_{16}^5 + (FE325)_{16}^5$$

$$\begin{array}{r} \boxed{F} \\ + \boxed{F} \\ \hline 1 \ \boxed{E} \end{array}$$

Sabiramo brojeve istog znaka pa može doći do prekoračenja. Sabirci su negativni brojevi (počinju cifrom F), rezultat nije negativan broj (a ni pozitivan, počinje cifrom E koja nema značenje) pa je došlo do prekoračenja.

1.5 Brojevi zapisani u kodu višak k

Za brojeve zapisane u kodu višak k zbir i razlika se računaju prema pravilima koja važe za brojeve zapisane u potpunom komplementu, a potom se dobijena vrednost ažurira oduzimanjem tj. dodavanjem konstante k : ako je reč o zbiru konstanta k je uračunata dva puta pa je potrebno oduzeti je jednom $((x+k)+(y+k) = x+y+2 \cdot k)$, a ako je reč o razlici konstanta k se anulira pa je potrebno dodati je jednom $((x+k) - (y+k) = x - y)$.

$$1. \text{ Izračunati } (0351)_6^4 + (5211)_6^4 \text{ ako su brojevi zadati u kodu višak } 13.$$

$13 = (21)_6$. Brojevi su različitog znaka pa ne može da se javi prekoračenje.

$$\begin{array}{r} 0 \ 3 \ 5 \ 1 \\ + 5 \ 2 \ 1 \ 1 \\ \hline 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 2 \end{array}$$

Rezultat je:

$$(0002)_6 - (0021)_6 = (0002)_6 + (5535)_6 = (5541)_6$$

$$2. \text{ Izračunati } (42032)_5^5 - (01130)_5^5 \text{ ako su brojevi zadati u kodu višak } 7.$$

$7 = (12)_5$. Oduzimamo brojeve suprotnog znaka, pa može da se javi prekoračenje.

Oduzimanje svodimo na sabiranje:

$$(42032)_5 - (01130)_5 = (42032)_5 + (43320)_5$$

$$\begin{array}{r} 4 \ 2 \ 0 \ 3 \ 2 \\ + 4 \ 3 \ 3 \ 2 \ 0 \\ \hline 1 \ 4 \ 0 \ 4 \ 0 \ 2 \end{array}$$

Rezultat je:

$$(40402)_5 + (00012)_5 = (40414)_5$$

2 Određivanje dekadne vrednosti brojeva

2.1 Brojevi zapisani u znaku i apsolutnoj vrednosti

1. Odrediti dekadnu vrednost broja $(031)_4$.
 $(031)_4 = +(31)_4 = +(3 \cdot 4^1 + 1 \cdot 4^0) = +13$
2. Odrediti dekadnu vrednost broja $(521)_6$.
 $(521)_6 = -(21)_6 = -(2 \cdot 6^1 + 1 \cdot 6^0) = -13$
3. Odrediti dekadnu vrednost broja $(11011)_2$.
 $(11011)_2 = -(1011)_2 = -(1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0) = -11$
4. Odrediti dekadnu vrednost broja $(0220)_3$.
 $(0220)_3 = +(220)_3 = +(2 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^1 + 0 \cdot 3^0) = +24$

2.2 Brojevi zapisani u nepotpunom komplementu

1. Odrediti dekadnu vrednost broja $(0301)_5$.
 $(0301)_5 = +(301)_5 = +(3 \cdot 5^2 + 0 \cdot 5^1 + 1 \cdot 5^0) = +76$
2. Odrediti dekadnu vrednost broja $(21021)_3$.
Broj je negativan, pa apsolutnu vrednost broja određujemo komplementiranjem svih cifara zapisa broja.

```
21021
01201 <-- apsolutna vrednost
```

Dekadna vrednost broja je:

$$(21021)_3 = -(1201)_3 = -(1 \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^2 + 0 \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^0) = -46$$

3. Odrediti dekadnu vrednost broja $(632)_7$.
 $(632)_7 = -(34)_7 = -(3 \cdot 7^1 + 4 \cdot 7^0) = -25$.
4. Odrediti dekadnu vrednost broja $(0542)_9$.
 $(0542)_9 = +(542)_9 = +(5 \cdot 9^2 + 4 \cdot 9^1 + 2 \cdot 9^0) = +443$

2.3 Brojevi zapisani u potpunom komplementu

1. Odrediti dekadnu vrednost broja $(04321)_5$.
 $(04321)_5 = +(4321)_5 = +(4 \cdot 5^3 + 3 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5^1 + 1 \cdot 5^0) = +736$
2. Odrediti dekadnu vrednost broja $(42432)_5$.
I način: izračunavanjem apsolutne vrednosti broja
Broj je negativan, pa apsolutnu vrednost broja određujemo komplementiranjem svih cifara zapisa broja i dodavanjem jedinice na mesto najmanje težine.

```
42432    02012
02012    +     1
-----
02013
```

Dekadna vrednost broja je:

$$(42432)_5 = -(2013)_5 = -(2 \cdot 5^3 + 0 \cdot 5^2 + 1 \cdot 5^1 + 3 \cdot 5^0) = -258$$

II način: direktnim prevođenjem iz potpunog komplementa u dekadni sistem

Postupak je sličan onom za neoznačene brojeve, s tom razlikom što pozicija cifre znaka ima težinu -5^4 .

$$(42432)_5 = -5^4 + 2 \cdot 5^3 + 4 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5^1 + 2 \cdot 5^0 = -258$$

3. Odrediti dekadnu vrednost broja $(3001)_4$.
I način:
 $(3001)_4 = -(333)_4 = -(3 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4^1 + 3 \cdot 4^0) = -63$
II način:
 $(3001)_4 = -4^3 + 0 \cdot 4^2 + 0 \cdot 4^1 + 1 \cdot 4^0 = -63$
4. Odrediti dekadnu vrednost broja $(052)_7$.
 $(052)_7 = +(52)_7 = +(5 \cdot 7^1 + 2 \cdot 7^0) = +37$

Napomena. Za brojeve zapisane u potpunom komplementu važe pravila za specijalne slučajeve prevođenja. Jasno je da ona važe za pozitivne brojeve, pošto je njihov potpuni komplement isti kao zapis znak i apsolutna vrednost.

Primer za negativne brojeve:

Neka je dat zapis u potpunom komplementu u binarnom sistemu $(10111011)_2$. Prevesti ga u odgovarajući zapis u potpunom komplementu u heksadekadnom i oktalanom sistemu.

Dekadna vrednost broja je: $(-01000101)_2 = -69$.

Broj je negativan u binarnom sistemu, pa mora da ostane negativan i u heksadekadnom i oktalanom sistemu. Ukoliko je potrebno proširiti binarni zapis, dopisuje se potreban broj jedinica:

$$(10111011)_2 = (1011\ 1011)_2 = (1111\ 1011\ 1011)_2 = (FBB)_{16}$$
$$(10111011)_2 = (10\ 111\ 011)_2 = (111\ 110\ 111\ 011)_2 = (7673)_8$$

$$\text{Provera: } (FBB)_{16} = -(045)_{16} = -69, \quad (7673)_8 = -(105)_8 = -69$$

2.4 Brojevi zapisani u kodu višak k

1. Odrediti dekadnu vrednost broja $(0331)_4$ zapisanog u kodu višak 22.

Dekadna vrednost broja $(0331)_4$ se određuje prema pravilima koja važe za brojeve zapisane u potpunom komplementu:

$$(0331)_4 = +(331)_4 = +(3 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4^1 + 1 \cdot 4^0) = +61$$

$$\text{Tražena vrednost je: } +61 - 22 = +39$$

2. Odrediti dekadnu vrednost broja $(5251)_6$ zapisanog u kodu višak 14.

Dekadna vrednost broja $(5251)_6$ se određuje prema pravilima koja važe za brojeve zapisane u potpunom komplementu:

$$(5251)_6 = -(305)_6 = -(3 \cdot 6^2 + 0 \cdot 6^1 + 5 \cdot 6^0) = -113$$

$$\text{Tražena vrednost je: } -113 - 14 = -127$$

3 Zadaci za vežbu

1. Sabrati brojeve zapisane u obliku znak i apsolutna vrednost i obavezno obrazložiti pojavu ili odustvo prekoračenja :

a) $(73510)_8^5 + (74305)_8^5$; b) $(0573A)_{16}^5 + (FA1E4)_{16}^5$; (*kolokvijum 2014, grupa A, 4. zadatak*)

c) $(0573A)_{16}^5 - (FA1E4)_{16}^5$

Rešenje: a) Kako su oba sabirka negativna, rezultat će biti negativan. Apsolutna vrednost rezultata je: $3510 + 4305 = \underline{10015}$.

Dolazi do prekoračenja, jer apsolutna vrednost rezultata ne može da se zapiše pomoću 4 cifre.

b) Kako su sabirci različitog znaka, ne može da se javi prekoračenje. Pošto drugi ima veću apsolutnu vrednost, rezultat će biti negativan. Apsolutna vrednost rezultata je: $A1E4 - 573A = 4AAA$.

Konačno: $F4AAA$.

c) Oduzimanje se svodi na sabiranje: $0573A + 0A1E4$. Sabirci su istog znaka pa može da se javi prekoračenje. Rezultat će biti pozitivan. Apsolutna vrednost rezultata je: $573A + A1E4 = F91E$.

Konačno: $0F91E$.

2. Izvršiti naznačene operacije nad brojevima zapisanim u nepotpunom komplementu i obavezno obrazložiti pojavu ili odsustvo prekoračenja:

a) $(73510)_8^5 + (74305)_8^5$; b) $(0573A)_{16}^5 - (FA1E4)_{16}^5$; (*kolokvijum 2014, grupa B, 4. zadatak*)

c) $(FA1E4)_{16}^5 - (0A73A)_{16}^5$

Rešenje: a) Kako se sabiraju brojevi istog znaka, može doći do prekoračenja. Rezultat će biti korrektno ukoliko je negativan. U prvoj fazi sabiranja dobija se: $73510 + 74305 = 1\ 70015$. Dodavanjem prenosa sa pozicije najveće težine na cifru najmanje težine rezultata, dobija se konačan rezultat: 70016 . Nema prekoračenja.

b) Kako se oduzimaju brojevi različitog znaka, može doći do prekoračenja. Rezultat je korektan ukoliko je istog znaka kao umanjnik, tj. pozitivan. Oduzimanje se svodi na sabiranje uz komplementiranje cifara umanjioaca: $0573A + 05E1B = 0B555$. Kako nema prenosa sa pozicije najveće težine, to je ujedno i konačan rezultat. Nema prekoračenja jer je rezultat pozitivan (sabiranjem pozitivnih dobili smo pozitivan broj).

c) Kako se oduzimaju brojevi različitog znaka, može doći do prekoračenja. Rezultat je korektan ukoliko je istog znaka kao umanjnik, tj. negativan. Oduzimanje se svodi na sabiranje uz komplementiranje cifara umanjioaca: $F A1E4 + F58C5 = 1 \underline{E}FAA9$. Dodavanjem prenosa sa pozicije najveće težine na cifru najmanje težine rezultata, dobija se konačan rezultat: $EFAAA$.

Postoji prekoračenje, jer cifra E na mestu znaka nije validna (rezultat nema korektan zapis, tj. cifru znaka u datoj dužini).

3. Izračunati zbir, odnosno razliku brojeva zapisanih u potpunom komplementu i obavezno naglasiti da li dolazi do prekoračenja i obrazložiti odgovor:

a) $(74356)_8^5 + (07244)_8^5$; b) $(100101)_2^6 - (010111)_2^6$; c) $(0F549)_{16}^5 - (F4EA3)_{16}^5$
(kolokvijum 2015, grupa A, 4. zadatak)

Rešenje: a) Sabiranje je oblika: $74356 + 07244 = 1\ 03622$.

Prenos sa pozicije najveće težine se zanemaruje pa je konačno: 03622 . Sabiraju se brojevi različitog znaka pa ne može doći do prekoračenja.

b) Oduzimaju se brojevi različitog znaka pa može da se javi prekoračenje.

Oduzimanje možemo da svedemo na sabiranje sa potpunim komplementom umanjioaca:

$$100101 + 101001 = 1\ 001110.$$

Prenos sa pozicije najveće težine se zanemaruje. Postoji prekoračenje, jer smo sabiranjem negativnih brojeva dobili pozitivan broj.

Drugi način je da se brojevi odmah oduzmu: $\underline{1}00101 - 010111 = \underline{0}01110$

Javlja se prekoračenje jer rezultat nije istog znaka kao umanjnik.

c) Oduzimaju se brojevi različitog znaka pa može da se javi prekoračenje.

Oduzimanje možemo da svedemo na sabiranje sa potpunim komplementom umanjioaca:

$$0F549 + 0B15D = 1A6A6.$$

Postoji prekoračenje, jer smo sabiranjem pozitivnih brojeva dobili broj koji nije pozitivan (a nije ni negativan, jer jedinica nije ispravna cifra znaka).

Drugi način je da se brojevi odmah oduzmu: $\underline{0}F549 - F4EA3 = \underline{1}A6A6$

Javlja se prekoračenje jer rezultat nije istog znaka kao umanjnik (znak rezultata nije korektan).

4. Izvršiti sledeće računске operacije nad brojevima predstavljenim u navedenim zapisima:

a) $(F49C)_{16}^4 + (F8AE)_{16}^4$, u nepotpunom komplementu

b) $(05214)_8^5 - (07253)_8^4$, u zapisu višak $(31)_{10}$

c) $(10101110)_2^8 - (11010111)_2^8$, u zapisu znak i apsolutna vrednost

Obavezno naglasiti da li dolazi do prekoračenja i obrazložiti odgovor. (jun 1 2017, 2. zadatak)

Rešenje: a) Sabiraju se pozitivni brojevi, pa može da se javi prekoračenje.

Sabiranje je oblika: $F49C + F8AE = 1 \underline{E}D4A$.

Dodavanjem prenosa sa pozicije najveće težine na cifru najmanje težine rezultata, dobija se konačan rezultat: $ED4B$.

Postoji prekoračenje jer rezultat nema korektnu cifru znaka u datoj dužini.

b) Oduzimaju se pozitivni brojevi pa ne može da se javi prekoračenje.

Zbog oduzimanja brojeva višak k će se anulirati pa je potrebno da se dobijeni rezultat koriguje dodavanjem konstante k .

Oduzimanje se može najpre svesti na sabiranje sa potpunim komplementom umanjioaca:

$$05214 + 70525 = 75741.$$

Višak 31: $31 = (37)_8 = (037)_8^{pk}$.

Konačan rezultat je: $75741 + 00037 = 76000$. Nema prekoračenja.

c) Oduzimanje svodimo na sabiranje uz promenu znaka umanjicu:

$$(10101110)_2^8 + (01010111)_2^8$$

Kako se sabiraju brojevi različitog znaka, ne može da se javi prekoračenje.

Rezultat je istog znaka kao sabirak koji ima veću apsolutnu vrednost, tj. pozitivan.

Apsolutna vrednost rezultata je razlika veće i manje apsolutne vrednosti: $1010111 - 0101110 = 0101001$.

Konačno: 00101001.

5. Izračunati:

a) $(1011101)_2^7 + (1010110)_2^7$; b) $(FFA81)_{16}^5 - (00B8C)_{16}^5$

ako su brojevi predstavljeni u zapisima znak i apsolutna vrednost, nepotpuni komplement i potpuni komplement. Obavezno naglasiti da li dolazi do prekoračenja i obrazložiti odgovor. Rezultat, ukoliko je korektan, prevesti u dekadni sistem.

(januar 2 2017, grupa B, 1. zadatak)

Rešenje: a) Sabiraju se brojevi istog znaka pa može da se javi prekoračenje. Rezultat će biti korektan ukoliko je istog znaka kao i sabirci, tj. negativan.

znak i apsolutna vrednost:

znak rezultata: 1

apsolutna vrednost rezultata: $011101 + 010110 = 110011$

Nema prekoračenja. Konačno: 1110011.

Dekadna vrednost: $(1110011)_2 = -(110011)_2 = -(32 + 16 + 2 + 1) = -51$

nepotpuni komplement:

Sabiranje je oblika: $1011101 + 1010110 = 1\ 0110011$. Konačan rezultat: 0110100 . Postoji prekoračenje jer smo sabiranjem negativnih brojeva dobili pozitivan rezultat.

potpuni komplement:

Sabiranje je oblika: $1011101 + 1010110 = 1\ 0110011$. Prenos sa pozicije najveće težine se odbacuje pa je konačan rezultat: 0110100 . Postoji prekoračenje jer smo sabiranjem negativnih brojeva dobili pozitivan rezultat.

b) Oduzimaju se brojevi različitog znaka pa može da se javi prekoračenje. Rezultat će biti korektan ukoliko je istog znaka kao umanjjenik, tj. negativan.

znak i apsolutna vrednost:

oduzimanje svodimo na sabiranje: $FFA81 + F0B8C$

znak rezultata: F

apsolutna vrednost rezultata: $FA81 + 0B8C = \underline{1}\ 060D$

Postoji prekoračenje jer se apsolutna vrednost rezultata ne može zapisati sa 4 cifre.

nepotpuni komplement:

Oduzimanje svodimo na sabiranje: $FFA81 + FF473$

Sabiranje je oblika: $FFA81 + FF473 = 1\ \underline{FEEF}4$. Konačan rezultat: $\underline{FEEF}5$. Nema prekoračenja jer je rezultat negativan.

Dekadna vrednost: kako je broj negativan, apsolutna vrednost broja se dobija komplementiranjem cifara zapisa broja: $(0110A)_{16}$

$$(FEEF5)_{16} = -(110A)_{16} = -(4096 + 256 + 10) = -4362$$

potpuni komplement:

Može da se iskoristi račun za nepotpuni komplement.

Oduzimanje svodimo na sabiranje: $FFA81 + FF474$

Sabiranje je oblika: $FFA81 + FF474 = 1\ \underline{FEEF}5$. Konačan rezultat: $\underline{FEEF}5$. Nema prekoračenja jer je rezultat negativan.

Dekadna vrednost: kako je broj negativan, apsolutna vrednost broja se dobija komplementiranjem cifara zapisa broja i dodavanjem jedinice na mesto najmanje težine: $(0110B)_{16}$

$$(FEEF5)_{16} = -(110B)_{16} = -4363$$