1. Нека је X потпуно регуларан простор. Уколико је K компактан а U отворен подскуп X и $K \subseteq U$ показати да постоји непрекидна функција $f : X \to [0, 1]$ таква да је $f(x) = 1$ за $x \in K$ и $f(x) = 0$ за $x \in X \backslash U$.

2. Доказати да у компактном Хаусдорфовом простору за сваку непрекидну функцију $f : X \to X$ постоји непразан затворен подскуп A такав да је $f(A) = A$. Да ли ово важи и ако простор није Хаусдорфов?

3. Нека је X локално компактан и Y Хаусдорфов. Ако је $f : X \to Y$ непрекидна отворена сурјекција доказати да за сваки компактан скуп $K \subseteq Y$ постоји компактан скуп $C \subseteq X$ такав да је $f(C) = K$.

4. Нека је X регуларан простор и $K \subseteq X$ компактан. Доказати да је $\overline{K}$ компактан.

5. Доказати да за сваки компактан $K \subseteq \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ (са стандардном Тихоновљевом топологијом производа) важи $K = \partial K$.

6. Ако је X сепарабилан метрички простор доказати да постоји његов подскуп P такав да ∂P садржи све неизоловане тачке простора X.

7. Нека је X T_4-простор и $\{F_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ фамилија затворених подскупова. Доказати да је $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} F_n$ такође T_4-простор.

8. Нека је у равни дата троугаона линија T са теменима $(-4, 0)$,$(2, 3)$ и $(4, -1)$. Доказати да за сваку непрекидну функцију $f : S^1 \to \mathbb{R}^2 \backslash \{(0, 0)\}$ постоје тачка $x \in S^1$ и троугаона линија T', хомотетична датој линији T у односу на координатни почетак, такве да $f(x)$ и $f(-x)$ припадају T'.

9. Доказати да је производ пребројиве фамилије сепарабилних простора такође сепарабилан.

10. Нека су дати подскупови $\mathbb{R}$

$$X := (0, 1) \cup \{2\} \cup (3, 4) \cup \{5\} \cup ... \cup (3n, 3n + 1) \cup \{3n + 2\} \cup ...$$

и $Y = X \cup 1$. Доказати да постоји непрекидна бијекција $f : X \to Y$. Да ли је $X \approx Y$?

11. Нека је X произвољан тополошки простор и $f, g : X \to \mathbb{R}$ два непрекидна пресликавања таква да је $f(x) < g(x)$ за свако $x \in X$. Доказати да је

$$\{(x, t) \in X \times \mathbb{R} \mid f(x) < t < g(x)\} \approx X \times \mathbb{R}$$

12. Нека је $A \subseteq \mathbb{R}$. Ако је A компактан скуп на Зоргенфрајевој правој доказати да не постоји строго растући низ елемената у скупу A. Да ли може да постоји строго опадајући низ?

13. Нека је K компактан подксуп $\mathbb{R}^n$ и U отворен подскуп $\mathbb{R}^n$ такав да $K \subseteq U$. Доказати да постоји компактан скуп S такав да је $K \subseteq intS \subseteq S \subseteq U$. Да ли исто важи уколико се $\mathbb{R}^n$ замени произвољним простором X?

14. Нека су $f : X \to Y$ и $g : Y \to X$ непрекидна пресликавања таква да је $g \circ f = \mathbb{1}_X$. Уколико је Y Хауздорфов доказати да је и X хауздорфов и да је $f(X)$ затворен у Y.

15. Нека је X компактан Хауздорфов простор и $\{U_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}$ његов отворен покривач. Доказати да постоји коначна фамилија непрекидних функција $f_i : X \to [0, 1]$ такве да $(\forall i \in \{1, 2, ..., n\})(\exists \lambda_i \in \Lambda) f_i|_{U^c_{\lambda_i}} \equiv 0$ и $(\forall x \in X) \sum_{i=1}^{n} f_i(x) = 1$.

16. Нека је X тополошки простор и X^* његова компактификација једном тачком. Доказати да уколико је X^* повезан тада је X некомпактан. Да ли важи и обрнута импликација? Да ли обрнута импликација важи уколико је X још и повезан?

17. Нека је X тополшка група са операцијом $*$ (X је тополошки простор и група у односу на операцију $*$ и $* : X^2 \to X$ и $^{-1} : X \to X$ су непрекидни). Доказати да је компонента повезаности X која садржи неутрал нормална подгрупа.

18. Нека је је $f : S^1 \to Y = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 - 2|x| + y^2 = 0, x \neq 0\}$ непрекидно. Доказати да је постоји тачка $x \in S^1$ таква да је $f(x) = f(-x)$.

19. Нека су A и B непразни путно повезани подскупови $\mathbb{R}^n$. Доказати да је за $l > 0$ $C_l := \{x \in \mathbb{R}^n \mid \min(d(x,A), d(x,B)) < l\}$ путно повезан ако и само ако је $l > \frac{d(A,B)}{2}$.

20. Нека је K компактан и F затворен подскуп метричког простора (X,d) и $K \cap F = \emptyset$. Доказати да је $d(K,F) > 0$. Да ли исто важи за два затворена подскупа?

21. Нека је на простору X дата релација еквиваленције $\sim$ таква да је $X/\sim$ Хауздорфов простор. Доказати да је скуп $\{(x,y) \in X \times X \mid x \sim y\}$ затворен у $X \times X$.

22. Нека је простор Y компактан и W отворен подскуп од $X \times Y$ такав да је за неку тачку x_0 $x_0 \times Y \subseteq W$. Доказати да постоји отворен скуп $U \subseteq X$ такав да $x_0 \in U$ и $U \times Y \subseteq W$.

23. Нека је X Хаусдорфов простор и $\{K_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}$ фамилија компактних подксупова X. Ако је U отворен такав да је $\bigcap_{\lambda \in \Lambda} K_\lambda \subseteq U$ доказати да постоји коначна подфамилија $\{K_{\lambda_i}\}_{i \in \{1,2,\dots,n\}}$ таква да је $\bigcap_{i=0}^{n} K_{\lambda_i} \subseteq U$.

24. Нека је A компактан подскуп простора X и B компактан подскуп простора Y. Уколико је U отворен подскуп $X \times Y$ такав да је $A \times B \subseteq U$ доказати да постоје отворени $V \subseteq X$ и $W \subseteq Y$ такви да је $A \times B \subseteq V \times W \subseteq U$.

25. Доказати да не постоји пребројив компактан Хауздорфов простор без изолованих тачака.

26. Нека је $f : X \to Y$ отворено пресликавање и Y сепарабилан. Ако је $f^{-1}(\{y\})$ сепарабилан за свако $y \in Y$ доказати да је X сепарабилан.

27. Нека је на простору $C[0,1]$ свих непрекидних функција на $[0,1]$ дата супремум метрика. Доказати да је скуп $Y = \{f \in C[0,1] \mid f(\frac{1}{3}) = f(\frac{1}{2}) = 0\}$ затворен.

28. Доказати да је свако својствено пресликавање $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ затворено. Да ли мора бити отворено?

29. Нека је $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ дефинисано са $f(x) = (x, x, x, ...)$ (дијагонално утапање). Доказати да је f непрекидно ако на кодомену посматрамо Тихоновљеву топологију. Да ли исто важи и за *box* топологију?

30. Нека је дат низ компактних T_2 простора $\{K_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ такав да је $K_n \subseteq intK_{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}$. Уколико је $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} K_n$ пребoројиво компактан доказати да је тада и нормалан и компактан.