Домаћи из линеарне алгебре, 8. недеља, 103

1. Одредити базу и димензију простора генерисаног матрицама

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

   Дату базу допунити до базе простора $M_3(\mathbb{R})$ (простора свих матрица димензије 3×3).

2. Нека је U подпростор од $\mathbb{Z}_{13}[x]$ генерисан полиномима

$$x^3 + 4x^2 - x + 3, x^3 + 5x^2 + 5, 3x^3 + 10x^2 - 5x + 5$$

   и V подпоростор од $\mathbb{Z}_13[x]$ генерисан полиномима

$$x^3 + 4x^2 + 6, x^3 + 2x^2 - x + 5, 2x^3 + 2x^2 - 3x + 9.$$

   Одредити димензију простора $U + V$ и $U \cap V$.

3. У зависности од параметра p одредити базу и димензију векторског подпростора од $\mathbb{R}^n$ генерисаног векторима

$$a_i = (p, p, \ldots, p) + \frac{1}{i} e_i, 1 \leq i \leq n$$

   где су e_i вектори канонске базе.

4. Нека су $a = (a_1, a_2, \ldots, a_n)$ и $b = (b_1, b_2, \ldots, b_n)$ ненула вектори. Уколико је $\sum_{i=0}^{n} a_i b_i = 0$ доказати да су a и b линеарно независни.