Домаћи из линеарне алгебре, 5. недеља, 103

1. Испитати да ли су вектори $(2, 4, 6, 8)$, $(7, 8, 9, 10)$, $(5, 1, 6, 9)$ и $(4, 5, 6, 7)$ линеарно зависни? Ако јесу, изразити један од њих преко осталих. Да ли се сваки од вектора може изразити преко осталих?

2. Одредити α такве да су полином $\alpha x^2 + x + 1$, $x^2 + \alpha x + 1$ и $x^2 + x + \alpha$ линеарно независни.

3. Нека су α_1, α_2 и α_3 различити реални бројеви. Доказати да $e_1 = (x + \alpha_1)^2$, $e_2 = (x + \alpha_2)^2$ и $e_3 = (x + \alpha_3)^2$ чине базу простора $R^3[x]$ и у тој бази представити полином $(x + \beta)^2$, $\beta \in \mathbb{R}$.

4. Одредити једну базу за векторски простор $A = \{a \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}} \mid a_n - a_{n-1} = const\}$, односно простор свих реалних аритметичких низова. Доказати да не постоји коначна база векторског простора $V = \{\mathbb{R}^{\mathbb{N}} \mid a_n = 0$ за све осим коначно много $n\}$.