Задаци за вежбање, Алгебра 1 2ЛР, недеља седма

Задаци би требало да су линеарно уређени по тежини.

1. Нека су

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 5 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

и

$$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 5 & 2 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

пермутације из S_6. Одредити цикличну декомпозицију и ред за f, g и f^2g^2.

2. Нека су дате пермутације $f = \lfloor 1,3,5,7 \rceil \lfloor 2,4,6,8 \rceil \lfloor 1,2,3,4,5,6,7,8 \rceil$ и

$$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 8 & 7 & 6 \end{pmatrix}.$$

Одредити цикличну декомпозицију и ред за пермутације f, g и $(f^3g)^{2020}$. Одредити ред групе генерисане пермутацијама f и g.

3. Нека су дате пермутације $f = \lfloor 6,4,5,2 \rceil \lfloor 8,4,5,2,6 \rceil \lfloor 1,2,3,4,5,6,7,8,9 \rceil$ и

$$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 9 & 5 & 3 & 4 & 8 & 6 & 7 & 1 \end{pmatrix}.$$

Одредити цикличну декомпозицију и ред за пермутације $f, g, (f^{\omega(g)}g^{\omega(f)})^{2020}$.

4. Одредити све могуће редове елемената у групи S_8.

5. Испитати које од група S_n су комутативне.

6. Одредити све подгрупе групе S_3.

7. Одредити најмање n такво да у групи S_n постоји елемент реда p^k где је p прост број.

8. Доказати да за сваку групу G постоји скуп X тако да се G утапа у S_X.

9. За групу Z_n одредити најмање m такво да се Z_n утапа у S_m.

10. Доказати да постоји група у коју се утапа свака коначна група.

11. Испитати да ли постоји пребројива симетрична група. Одредити ред симетричне групе $S_{\mathbb{N}}$.